

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

**مبانی و مسائل  
مکانیک محیط‌های پیوسته**

دکتر مرتضی اسکندری قادی

استاد دانشگاه تهران



شماره مسلسل ۱۰۱۶۷

شماره انتشار ۴۱۱۵

### انتشارات دانشگاه تهران

سرشناسه	: اسکندری قادی، مرتضی، ۱۳۴۴-
عنوان و نام پدیدآور	: میانی و مسائل مکانیک محیط‌های پیوسته/ مرتضی اسکندری قادی.
مشخصات نشر	: تهران: دانشگاه تهران، مؤسسه انتشارات، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری	: ۴۲۱ص: مصور، جدول، نمودار.
فروست	: انتشارات دانشگاه تهران؛ شماره انتشار ۴۱۱۵.
شابک	: 978-964-03-7409-2
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
یادداشت	: واژه‌نامه.
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۳۸۱.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: مکانیک پیوستار
موضوع	: Continuum Mechanics
موضوع	: مکانیک پیوستار-- مسائل، تمرین‌ها و غیره
موضوع	: Continuum Mechanics- - Problems, Exercises, etc
شناسه افزوده	: دانشگاه تهران. مؤسسه انتشارات
شناسه افزوده	: University of Tehran. Press
رده‌بندی کنگره	: QA۸۰۸/۲ ۱۳۹۸
رده‌بندی دیویی	: ۵۳۱
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۸۴۴۷۹۷

این کتاب مشمول قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفان است. تکثیر کتاب به هر روش اعم از فتوکپی، ریسوگرافی، تهیه فایل‌های pdf، لوح فشرده، بازنویسی در وبلاگ‌ها، سایت‌ها، مجله‌ها و کتاب، بدون اجازه کتبی ناشر مجاز نیست و موجب پیگرد قانونی می‌شود و تمامی حقوق برای ناشر محفوظ است.  
(این کتاب با کاغذ حمایتی به چاپ رسیده است.)



عنوان: میانی و مسائل مکانیک محیط‌های پیوسته  
تألیف: دکتر مرتضی اسکندری قادی  
نوبت چاپ: اول  
تاریخ انتشار: ۱۳۹۸  
شمارگان: ۲۰۰ نسخه  
ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران  
چاپ و صحافی: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

«مسئولیت صحت مطالب کتاب با مؤلف است»

بها: ۵۲۰۰۰۰ ریال

خیابان کارگر شمالی - خیابان شهید فرشی مقدم - مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران  
پست الکترونیک: [press@ut.ac.ir](mailto:press@ut.ac.ir) - تارنما: <http://press.ut.ac.ir>  
پخش و فروش: تلفکس ۸۸۳۳۸۷۱۲

تقديم به همسر م



## فهرست مطالب

۵

### پیشگفتار

#### فصل اول بردارها، تانسورها و جبر تانسوری

۱	۱-۱ مقدمه
۱	۲-۱ بردارها
۱۴	۳-۱ جبر اندیسی
۱۷	۴-۱ تانسورها
۳۴	۵-۱ بردار ویژه و مقدار ویژه
۴۷	۶-۱ گرادیان، دیورژانس، کرل و لاپلاسیان
۶۱	۷-۱ دوران محورهای مختصات
۷۳	۸-۱ تمرین‌های فصل اول

#### فصل دوم تغییرشکل، تغییرمکان، کرنش

۷۹	۱-۲ مقدمه
۸۰	۲-۲ تغییرشکل و تغییرمکان
۸۶	۳-۲ تغییرشکل همگن
۱۱۵	۴-۲ کرنش
۱۳۱	۵-۲ تغییرشکل دلخواه
۱۵۷	۶-۲ تغییرمکان کوچک صلب
۱۶۴	۷-۲ تغییرشکل در دستگاه مختصات استوانه‌ای
۱۸۵	۸-۲ تمرین‌های فصل دوم

#### فصل سوم حرکت

۱۹۵	۱-۳ مقدمه
۱۹۹	۲-۳ حرکت
۲۳۲	۳-۳ تمرین‌های فصل سوم

ب □ مبانی و مسائل مکانیک محیط‌های پیوسته

### فصل چهارم نیرو و تنش

۲۳۷	۱-۴ مقدمه
۲۳۷	۲-۴ نیروهای حجمی و نیروهای سطحی
۲۴۶	۳-۴ بردار تنش
۲۵۲	۴-۴ گشتاور نیروها
۲۵۵	۵-۴ معادلات حرکت
۲۵۷	۶-۴ تانسور تنش کاوشی
۲۹۲	۷-۴ تانسورهای تنش پایولا- کرشهف
۲۹۸	۸-۴ معادلات حرکت در دستگاه مختصات استوانه‌ای
۳۰۳	۹-۴ تمرین‌های فصل چهارم

### فصل پنجم معادلات رفتاری خطی

۳۱۱	۱-۵ مقدمه
۳۱۲	۲-۵ معادلات رفتاری خطی در مواد کاوشی
۳۲۲	۲-۵ انواع ناهمسانی در معادله رفتاری خطی کاوشی
۳۲۸	۳-۵ معادله رفتاری در مواد گرین
۳۴۶	۳-۵ محدودده تغییرات ضرایب ارتجاعی در مواد همسان‌گرین
۳۴۹	۴-۵ تمرین‌های فصل پنجم

### فصل ششم مسائل مقادیر مرزی و مقادیر اولیه- مرزی در تغییرشکل‌های کوچک

۳۵۱	۱-۶ مقدمه
۳۵۲	۲-۶ معادلات حرکت برحسب تغییرمکان، معادلات ناویه
۳۵۵	۳-۶ معادلات بلترامی- میشل
۳۵۹	۴-۶ مسائل مقادیر مرزی
۳۷۳	۵-۶ مسائل مقادیر اولیه- مرزی
۳۷۷	۶-۶ تمرین‌های فصل ششم

فهرست مطالب □ ج

۳۸۱

فهرست مراجع

۳۸۳

واژه‌نامه، فارسی به انگلیسی

۳۹۳

واژه‌نامه، انگلیسی به فارسی

۴۰۳

نمایه





## پیشگفتار

مکانیک محیط‌های پیوسته دانشی پایه‌ای برای گرایش‌های مختلف مکانیک مهندسی از جمله مهندسی سازه و مهندسی ژئوتکنیک در مهندسی عمران، و مکانیک جامدات و مکانیک سیالات در مهندسی مکانیک است. اجتماع مکانیک محیط‌های پیوسته و ترمودینامیک شالوده اساسی برای بررسی اجسام و مصالح مهندسی به منظور انتقال نیرو و انتقال حرارت و یا انتقال توام این دو پدیده با رعایت کلیه اصول مرتبط در فیزیک را می‌سازد. کتاب پیش رو وظیفه آموزش دانش مکانیک محیط‌های پیوسته برای انتقال نیرو را به خواننده‌های خود بر عهده دارد. بدین منظور مطالب این کتاب به اجزاء بسیار کوچک تجزیه می‌شوند. تقسیم مطالب به اجزاء بسیار کوچک، کمک می‌کند تا مطالب ساده‌تر جلوه کرده و خواننده راحت‌تر مطالب را آموزش ببیند. شیوه آموزش در این کتاب براساس آموزش از روی مثال است. به همین علت هر مطلب در این کتاب با کمک یک یا چند مثال توضیح داده می‌شود. بر اساس تجربه بیست ساله بنده در آموزش و تدریس مکانیک محیط‌های پیوسته، استفاده از مثال به معنی تقسیم مطالب به اجزاء کوچکتر برای دانشجویان با پایه‌های متفاوت بسیار مفید است. همانطور که گفته شد منظور از آموزش از روی مثال در این کتاب، انتقال سریع، ساده و در عین حال عمیق مطالب به خواننده است. ترتیب مثال‌ها در این کتاب براساس رعایت ترتیب ارائه مطالب مرتب شده است. این بدان معنی است که مثال‌های اولیه در این کتاب همواره پیش‌نیاز مثال‌های بعدی هستند. گنجاندن تمرینات متعدد در انتهای هر فصل کتاب به خواننده کمک می‌کند تا بتواند میزان آموخته‌های خود و یا نیاز به تقویت آن را تشخیص دهد. در این کتاب سعی شده است از شیوه‌های مصور برای آموزش استفاده شود. به همین علت از شکل‌های متعدد استفاده شده است و شکل‌ها طوری تهیه شده‌اند که مطالب را بسیار سریع و ساده در ذهن خواننده جای دهد.

این کتاب به صورت آموزشی برای تدریس یک درس سه واحدی شانزده هفته‌ای تهیه شده است. مطابق اصول آموزش سعی شده است که جملات کوتاه و ساده باشند و از بیان مطالب با ادبیات پیچیده پرهیز شده است. به علاوه سعی شده است از کلمات مصطلح در این زمینه استفاده شود و از بکارگیری کلمات و اصطلاحات ناآشنا خودداری شده است. به این ترتیب نوشتار این کتاب طوری نیست که در هنگام مطالعه ذهن را به سمت استعاره‌های ادبی و یا تجزیه و تحلیل اصطلاحات ناآشنا سوق دهد.

مطالب کتاب به ترتیب زیر ارائه می‌شوند: در فصل اول مبانی ریاضی مورد نیاز در فصول دیگر شامل بردارها، تانسورها و جبر تانسوری توضیح داده می‌شود. مفاهیم مربوط به بردارهای ویژه و ساخت فضای سه بعدی با استفاده از بردارهای ویژه یک تانسور مرتبه دو نیز در این فصل ارائه می‌شود. به علاوه مشتق‌های توابع اسکالر و توابع برداری چند متغیره و عملگرهای دیفرانسیلی مورد نیاز در فصل اول توضیح داده می‌شوند. تغییر مختصات و آثار آن بر بردارها و تانسورها آخرین مطلب فصل اول می‌باشد. در فصل دوم تغییر شکل یک جسم به عنوان یک تابع برداری از متغیرهای برداری توضیح داده شده و به کمک آن تغییر مکان توضیح داده می‌شود. با استفاده از تابع تغییرشکل، تغییر طول پاره‌خطها، تغییر امتداد خطوط، تغییر زاویه دو امتداد مشخص، ابتدا در تغییرشکل‌های ساده‌تر تحت نام تغییرشکل همگن، و سپس در تغییرشکل کلی توضیح داده می‌شوند. بر مبنای تغییرشکل و تغییرمکان، تانسورهای کرنش کاوشی-گرین و گرین-لاگرانژ و سپس کرنش خطی تعریف می‌شوند. در انتهای این فصل، مطالب فوق در دستگاه مختصات استوانه‌ای ارائه می‌گردد. فصل سوم به حرکت محیط‌های پیوسته اختصاص دارد. برای توصیف حرکت محیط پیوسته، ابتدا حرکت ذره توصیف می‌شود. مطالب این فصل به تغییرشکل‌های وابسته به زمان، سرعت و شتاب که برای بررسی جریان و نظریه‌های خمیری (خارج از اهداف کتاب) نیز استفاده می‌شود، اختصاص دارد. فصل چهارم به توضیح نیروهای حجمی، نیروهای سطحی، گشتاور این نیروها، انواع تانسورهای تنش، معادلات حرکت بر حسب انواع تانسورهای تنش، و فضای تنش‌های اصلی می‌پردازد. در انتهای این فصل تنش کاوشی در دستگاه مختصات استوانه‌ای آموزش داده شده و معادلات حرکت در این دستگاه مختصات ارائه می‌شود. فصل پنجم به تعریف ماده اختصاص دارد. ماده به معده رفتاری خود، یعنی با پاسخ خود به تغییرشکل، یا با پاسخ خود به نیروهای وارده تعریف می‌شود. ماده کاوشی و ماده گرین، دو ماده اصلی هستند که در این فصل با انواع تقارن‌ها بررسی می‌شوند. در کتاب‌های مربوط به مکانیک محیط‌های پیوسته کمتر در مورد مواد کاوشی با انواع تقارن توضیح داده شده است. هدف بحث مکانیک محیط‌های پیوسته به جز آموزش مفاهیم تغییرشکل، تنش، و کرنش، آماده سازی دانشجویان برای حل مسائل مقادیر مرزی و مسائل مقادیر اولیه-مرزی است. به همین علت فصل آخر (ششم) این کتاب به این موضوع اختصاص یافته است، موضوعی که کمتر در کتاب‌های مشابه به آن پرداخته شده است.

این کتاب شاید هیچگاه نمی‌توانست با تلاش اینجانب به تنهایی، با کیفیت حاضر به اتمام برسد. به همین علت در اینجا لازم می‌دانم از زحمات خانم‌ها مهندس دل‌آرام مهدی‌زاده، مهندس مریم عرفانی‌نیا، مهندس آناهیتا بلورانی، مهندس لیلا فکری و آقایان دکتر احسان مشتاق، مهندس محمدرضا محمودیان، دکتر عزیزالله اردشیر بهرستاقی، مهندس محمد امامی، مهندس مجید نوربخش، مهندس

پیشگفتار □ ز

سیامک پرتوی‌فر، مهندس محمد اسکندری‌قادی و امین فرشتیان به خاطر کلیه زحماتشان تشکر و قدردانی نمایم.

به علاوه، از همسر و فرزندانم که با تحمل سختی، محیط را برای من مساعد ساختند تا این اثر به بهترین شیوه آماده گردد، تشکر می‌کنم.

در آخر از کارکنان محترم انتشارات دانشگاه تهران به خصوص جناب آقای دکتر جهانی، جناب آقای نظام آبادی و سرکار خانم اسدشیر که برای چاپ و انتشار این کتاب تلاش کرده‌اند، قدردانی می‌نمایم. این اثر با تمام دقتی که در آن شده است، مطمئناً دارای نواقصی است که از چشم نویسنده دور مانده است. لذا از دانشجویان، محققین، مدرسین و کلیه خوانندگان این کتاب تقاضا می‌شود که هرگونه اشکال و یا اظهارنظر در مورد آن را از طریق رایانامه به آدرس [ghadi@ut.ac.ir](mailto:ghadi@ut.ac.ir)، یا از طریق پست به آدرس تهران، دانشگاه تهران، صندوق پستی ۴۵۶۳-۱۱۱۶۵، مرتضی اسکندری‌قادی ارسال نمایند، تا در چاپ‌های بعدی آن مورد استفاده قرار گیرد.

به امید ارتقاء هر چه بیشتر جامعه دانشگاهی ایران

مرتضی اسکندری‌قادی

تابستان ۱۳۹۸