مهروماه

به نام پروردگار مهربان

کنکور ۱۴۰۱

ویرایش جدید

فیزیک جامع

پایهٔ دوازدهم

جلد پاسخ

• نصرالله افاضل • یاشار انگوتی • مصطفی کیانی • حسن محمدی

مدیر و ناظر علمی گروه فیزیک: نصرالله افاضل

مقدمه

دانش‌آموز گرامی؛

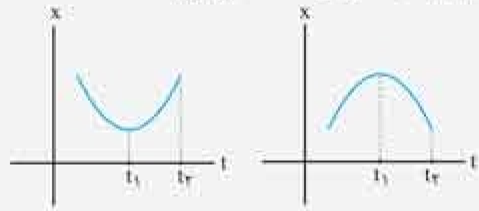
در جلد اول کتاب فیزیک جامع دوازدهم، در بخش درس‌نامه‌ها، مثال‌های متنوع همراه با پاسخ‌های روان و آموزشی برایتان آوردیم تا یادگیری مطالب درسی در این مرحله کامل شود. همچنین در قسمت سؤال‌ها، انواع تست‌ها با کیفیت و کمیت بسیار خوبی طراحی کردیم و گنجاندیم. ترتیب تست‌ها را نیز با روند آموزشی و از ساده به دشوار در نظر گرفتیم تا مباحث در ذهنتان تثبیت شود و در نهایت بر آنها مسلط شوید.

اما سؤال خوب پاسخ خوب هم لازم دارد. پاسخ‌ها را با وسواس زیادی نوشته‌ایم و با گام‌بندی و ارائه روش‌های گوناگون تستی و مفهومی کوشیدیم تا نه تنها ابهامی برای شما باقی نماند، بلکه مفاهیم درسی برایتان مرور شود. از این رو پیشنهاد می‌کنیم تست‌هایی را که درست پاسخ دادید، را هم ببینید. احتمالاً راه و روش دیگری را هم یاد خواهید گرفت.

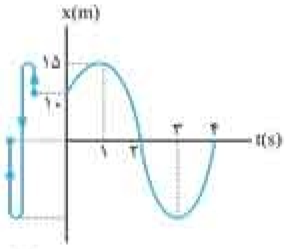
در پایان لازم می‌دانیم از همهٔ همکاران بزرگوار مهروماه به ویژه جناب آقای احمد اختیاری که ما را از هر گونه حمایت خود بهره‌مند ساختند سپاسگزاری کنیم.

مؤلفان کتاب

تذکر: در حالت کلی توجه داشته باشید که برای سهمی با ضریب $a>0$ (یعنی سهمی‌ای که مینیمم دارد)، سرعت متوسط از لحظهٔ t_1 (مینیمم) به بعد همواره زیاد می‌شود.
در مقابل برای سهمی‌ای که ماکزیمم دارد، سرعت متوسط از لحظهٔ t_1 (ماکزیمم) به بعد به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

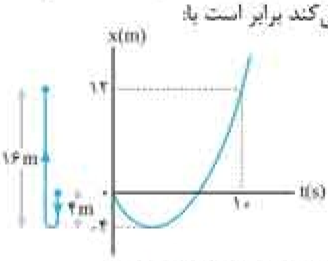


۶۳. گزینه ۴ در شکل روبه‌رو، مسیر حرکت جسم را (به‌صورت تفکیک‌شده) روی خط راست (محور x) رسم کرده‌ایم و همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در لحظه‌های $t=1s$ و $t=3s$ جهت حرکت جسم تغییر کرده است.



همچنین در مدت زمان $t=1s$ تا $t=3s$، جهت حرکت جسم و جابه‌جایی آن به سمت منفی محور x است؛ بنابراین جهت بردار سرعت متوسط نیز در جهت منفی محور x است.

۶۴. گزینه ۴
گام اول: مطابق شکل داده شده، جسم در لحظهٔ $t=0s$ در مکان $x=0m$ بوده است و سپس به مکان $x=-4m$ و بعد از آن به مکان $x=12m$ رفته است؛ از این‌رو مسافتی که جسم طی می‌کند برابر است با:



$$\left.\begin{aligned}\ell_1&=|-4-0|=4\,m\\ \ell_2&=|12-(-4)|=16\,m\end{aligned}\right\}\Rightarrow \ell=\ell_1+\ell_2=16+4=20\,m$$

گام دوم: از رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$ برای تندی متوسط استفاده می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{20}{10}=2\,m/s$$

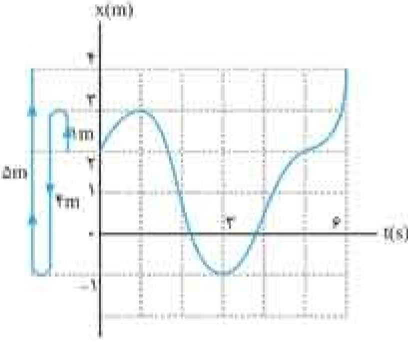
گام سوم: تندی متوسط را برحسب km/h به‌دست می‌آوریم:

$$s_{av}=2\frac{m}{s}\times\frac{3600\,s}{1\,h}\times\frac{1\,km}{1000\,m}=7.2\,km/h$$

۶۵. گزینه ۲
گام اول: با توجه به نمودار مکان ـ زمان و منحنی حرکت متحرک داریم:

تندی متوسط در ۶ ثانیه اول $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{1+4+5}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}\,m/s$

سرعت متوسط در ۳ ثانیه دوم $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_6-x_3}{6-3}=\frac{4-(-1)}{3}=\frac{5}{3}\,m/s$



گام دوم: حال نسبت تندی متوسط در 6s اول به بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=\frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}}=1$$

۶۶. گزینه ۲
از تعریف سرعت متوسط در جهت x، یعنی $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، می‌توان در بازهٔ $t_1=1s$ تا $t_4=4s$ نوشت:

$$v_{av}=\frac{x_4-x_1}{t_4-t_1}\xrightarrow[t_1=1s,\ t_4=4s]{x_1=0\,m,\ x_4=-6\,m}v_{av}=\frac{-6-0}{4-1}=-2\,m/s$$

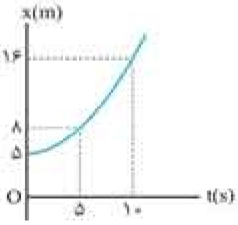
دقت کنید که ممکن است در برخی سؤال‌ها یا تست‌ها (مانند این تست کنکور)، سرعت متوسط را $-2\,m/s$ بنویسند و چون حرکت روی خط راست است علامت منفی را به معنی جهت منفی برای سرعت متوسط در نظر بگیرند؛ اما از نظر ریاضی بهتر است همواره این مفهوم را با بردار یکه یعنی $\vec{v}_{av}=-2\vec{i}\,m/s$ نشان دهند.

۶۷. گزینه ۳
گام اول: با توجه به نمودار، می‌توان دریافت در لحظهٔ $t_1=0s$ مکان جسم $x_1=0m$ و در لحظهٔ $t_2=4s$ مکان جسم $x_2=16m$ است.

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در جهت x، یعنی $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، بزرگی سرعت متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{16-0}{4-0}=4\,m/s$$

۶۸. گزینه ۳



روش ۱ **گام اول:** جابه‌جایی در پنج ثانیهٔ دوم، یعنی در بازهٔ $t=5s$ تا $t=10s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=x_{10}-x_5=16-8=8\,m$$

گام دوم: سرعت متوسط را در این بازه به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{8}{5}=1.6\,m/s$$

گام سوم: مطابق با گام‌های اول و دوم، سرعت متوسط را در ۵ ثانیهٔ اول یعنی $t=0s$ تا $t=5s$ نیز به‌دست می‌آوریم:

$$v'_{av}=\frac{\Delta x'}{\Delta t}=\frac{8-5}{5-0}=\frac{3}{5}=0.6\,m/s$$

گام چهارم: نسبت سرعت متوسط در ۵ ثانیهٔ دوم به ۵ ثانیهٔ اول را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{1.6}{0.6}=\frac{8}{3}$$

روش ۲ چون بازهٔ زمانی موردنظر، برای محاسبهٔ هر دو سرعت متوسط یکسان است (۵ ثانیهٔ اول و ۵ ثانیهٔ دوم)، می‌توان برای محاسبهٔ $\frac{v_{av}}{v'_{av}}$ نوشت:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{\Delta x'}{\Delta t}}=\frac{\Delta x}{\Delta x'}\Rightarrow\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{16-8}{8-5}=\frac{8}{3}$$

۶۹. گزینه ۳ با توجه به نمودار، از رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برای لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t=4s$ می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{15-(-10)}{4-0}=\frac{25}{4}\,m/s=v_1$$

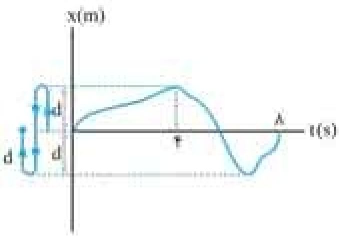
برای ۴ ثانیهٔ دوم یعنی از لحظه $t=4s$ تا $t=8s$ داریم:

$$v'_{av}=\frac{0-15}{4}=\frac{-15}{4}\,m/s=v_2$$

و نسبت مورد نظر یعنی $\frac{v_1}{v_2}$ برابر است با:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\frac{25}{4}}{-\frac{15}{4}}=-\frac{5}{3}$$

۷۰. گزینه ۲
گام اول: در ابتدا باید سرعت متوسط در چهار ثانیهٔ اول را محاسبه کنیم.



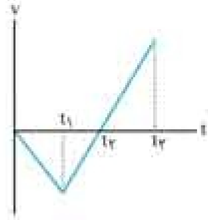
$$\vec{v}_{av}=\left(\frac{x_4-x_0}{4-0}\right)\vec{i}=\left(\frac{d-0}{4-0}\right)\vec{i}$$

$$|\vec{v}_{av}|=\frac{d}{4}$$

۱۱۹. گزینه ۳

یادآوری: ۱ در حرکت در مسیر مستقیم، اگر علامت سرعت منفی باشد، جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند.
۲ برای تشخیص کم یا زیاد شدن بزرگی سرعت از روی نمودار سرعت ـ زمان، وضعیت نمودار نسبت به محور t را در نظر می‌گیریم:
الف) اگر نمودار در حال نزدیک شدن به محور t باشد، بزرگی سرعت در حال کاهش است.
ب) اگر نمودار در حال دور شدن از محور t باشد، بزرگی سرعت در حال افزایش است.

بررسی سایر گزینه‌ها



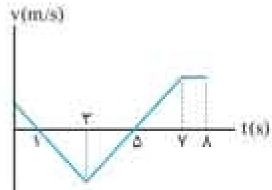
گزینهٔ «۱» نادرست است؛ زیرا از این نمودار تنها می‌توان دریافت سرعت اولیه جسم صفر است و از نمودار سرعت ـ زمان، نمی‌توان اطلاعی از مکان اولیهٔ جسم به‌دست آورد.

گزینهٔ «۲» نادرست است؛ زیرا در بازهٔ صفر تا t_1، بزرگی سرعت در حال افزایش است و سوی حرکت منفی است.

گزینهٔ «۴» نادرست است؛ زیرا در بازهٔ t_1 تا t_2، علامت سرعت منفی است و جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند.

۱۲۰. گزینه ۴

در نمودار سرعت ـ زمان، در بازه‌های زمانی که مقدار سرعت مثبت است، جسم در جهت مثبت حرکت می‌کند. در این نمودار نیز در بازه‌های ($0s$ تا $1s$) و ($5s$ تا $8s$) مقدار سرعت مثبت است. پس در کل مدت $4s = 1 + 3$ جسم در سوی مثبت حرکت کرده است.

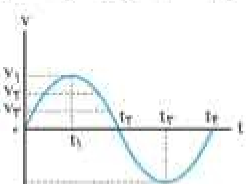


توجه کنید که با توجه به نمودار، در بازهٔ صفر تا $1s$ سوی سرعت مثبت و بزرگی سرعت در حال کاهش است. در لحظهٔ $t = 1s$، جسم متوقف شده است و بین $1s$ تا $3s$، سرعت منفی است و بزرگی آن در حال افزایش است.

بین لحظات $3s$ تا $5s$، سوی سرعت منفی و بزرگی آن در حال کاهش است تا لحظهٔ $t = 5s$ که جسم متوقف می‌شود؛ سپس از $5s$ تا $7s$، سوی سرعت مثبت و بزرگی آن رو به افزایش است. بین لحظات $7s$ تا $8s$، سوی حرکت مثبت و بزرگی آن ثابت است.

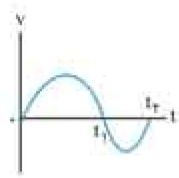
۱۲۱. گزینه ۱

گام اول: از نمودار شکل زیر می‌توان دریافت که از t_1 تا t_2 بزرگی سرعت در حال کاهش است: $v_1 > v_2 > v_3$



گام دوم: در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 مقدار سرعت مثبت است و می‌دانیم در حرکت روی خط راست، علامت سرعت بیانگر جهت حرکت متحرک است؛ پس جهت حرکت متحرک در جهت محور x است.

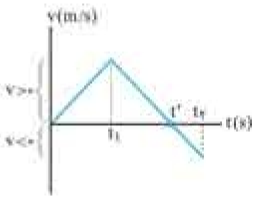
۱۲۲. گزینه ۲



در پاسخ به این سؤال به این نکتهٔ مهم دقت کنید که نمودار سرعت ـ زمان هیچ‌گونه اطلاعاتی راجع به مکان اولیهٔ حرکت (x_0) به ما نمی‌دهد؛ بنابراین مسیر حرکت در گزینه‌ها می‌توانند از هر نقطه‌ای شروع شود.

اما نکتهٔ اساسی‌تر این است که مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی را مشخص می‌کند. همان‌طور که از نمودار مشخص است، در بازهٔ صفر تا t_1، سطح محصور بزرگ‌تر از سطح محصور در بازهٔ t_1 تا t_2 است؛ یعنی جابه‌جایی در جهت مثبت محور x بیشتر از جابه‌جایی در جهت منفی است. در **گزینه‌های «۱» و «۳»** جابه‌جایی در جهت منفی و مثبت با هم برابرند و در **گزینه «۴»** جابه‌جایی در جهت منفی بیشتر است. بنابراین تنها **گزینه «۲»** پاسخ درست است.

۱۲۳. گزینه ۱



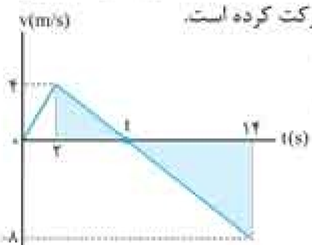
بیشترین سرعت موتورسوار در لحظهٔ t_1 بوده است و از لحظهٔ t_1 تا لحظهٔ t' سرعت موتورسوار کاهش می‌یابد، (دقت کنید جهت حرکت موتورسوار تا این لحظه تغییر نمی‌کند) و از t' تا t_2 موتورسوار در جهت مخالف اولیه بر سرعت خود می‌افزاید، پس علامت سرعت موتورسوار نیز باید مخالف علامت سرعتش تا لحظهٔ t' باشد.

تذکر: نمودار سرعت ـ زمان موتورسوار بسته به نوع حرکت موتورسوار و چگونگی تغییر سرعت آن در مراحل گوناگون می‌تواند به شکل‌های دیگر هم باشد. اما چون در صورت سؤال واژهٔ «می‌تواند» آمده است، با توجه به شرایط سؤال فقط **گزینه «۱»** پاسخ سؤال است؛ یعنی چون در هیچ مقطعی سرعت جسم ثابت نبوده است، پس **گزینه «۴»** غلط است. چون موتورسوار از حالت سکون شروع به حرکت کرده است، یعنی سرعت اولیه صفر است، پس **گزینه «۳»** غلط است. چون موتورسوار در خلاف جهت اولیه نیز حرکت کرده است، پس **گزینه «۲»** که در آن همواره سوی حرکت مثبت است هم نمی‌تواند جواب درست باشد.

۱۲۴. گزینه ۳

یادآوری: در حرکت در مسیر مستقیم، در لحظه‌هایی که علامت سرعت منفی است، جسم در سوی مخالف محور حرکت می‌کند.

گام اول: مطابق شکل از لحظهٔ t تا لحظهٔ $t = 14s$، مقدار سرعت متحرک منفی است و در جهت منفی محور x حرکت کرده است.

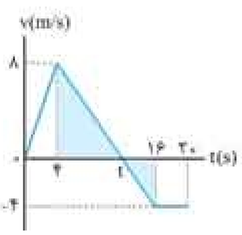


گام دوم: برای محاسبهٔ مقدار t از تشابه دو مثلث هاشورخورده استفاده می‌کنیم و رابطهٔ تشابه دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{4}{8} = \frac{t-2}{14-t}$$
$$\Rightarrow -2t + 4 = t - 14 \Rightarrow t = 6s$$

گام سوم: بنابراین متحرک در بازهٔ $t = 6s$ تا $t = 14s$ (یعنی $8s = 14 - 6$)، در سوی مخالف محور x حرکت می‌کند.

۱۲۵. گزینه ۳



گام اول: همان‌طور که می‌دانیم، علامت بردار سرعت، جهت حرکت متحرک را نشان می‌دهد. بنابراین این متحرک از لحظهٔ t تا $20s$ در سوی مخالف محور x حرکت کرده است. (متحرک در لحظهٔ t تغییر جهت داده و از جهت مثبت به منفی حرکت کرده است.)

گام دوم: برای تعیین t از تشابه مثلث‌های هاشورخورده استفاده می‌کنیم:

تشابه مثلث‌های هاشورخورده: $\frac{t-4}{t-16} = \frac{8}{-4} \Rightarrow -2t + 32 = t - 4$

$\Rightarrow 3t = 36 \Rightarrow t = 12s$

گام سوم: متحرک از $t = 12s$ تا $t = 20s$ در جهت منفی محور xها حرکت کرده است: $t' = 20 - 12 = 8s$ مدت زمان حرکت در سوی مخالف محور xها

$$\xrightarrow{\Delta x = 0\,m} 0 = 8\times 4 + \frac{8\times(5-4)}{2} - \frac{(5/5-5)\times 4}{2} - (t_2 - 5/5)\times 4$$

$$0 = 32 + 4 - 1 - 4(t_2 - 5/5) \Rightarrow t_2 - 5/5 = \frac{35}{4} \Rightarrow t_2 = 14/25\,s$$

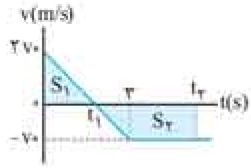
۱۵۰. گزینه ۳

گام اول: متحرک در لحظهٔ $t = 0s$ از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین در لحظه‌ای که دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند، جابه‌جایی آن برابر با صفر می‌شود. از طرفی می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است؛ بنابراین ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را می‌یابیم:

$$\frac{2v_0}{v_0} = \frac{t_1}{3 - t_1} = t_1 = 2s$$

گام دوم: از لحظهٔ صفر تا $t_1 = 2s$، نمودار سرعت ـ زمان بالای محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن مثبت است. داریم:

$$S_1 = \frac{2\times 2v_0}{2} = 2v_0$$



گام سوم: از لحظهٔ $t_1 = 2s$ به بعد، نمودار سرعت ـ زمان زیر محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن منفی است. اگر فرض کنیم متحرک در لحظهٔ t_2 به مبدأ مکان بازمی‌گردد، داریم:

$$|S_2| = \frac{(t_2 - t_1) + (t_2 - 3)}{2}\times v_0$$

$$\xrightarrow{t_1 = 2s} |S_2| = \frac{(t_2 - 2) + (t_2 - 3)}{2}\times v_0 = \frac{2t_2 - 5}{2}v_0$$

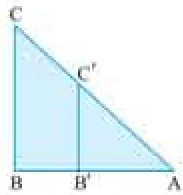
گام چهارم: در نتیجه داریم:

$$S_1 = |S_2| \Rightarrow 2v_0 = \frac{2t_2 - 5}{2}v_0 \Rightarrow t_2 = 4/5\,s$$

۱۵۱. گزینه ۲

یادآوری: نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت اضلاع متناظر دو مثلث است.

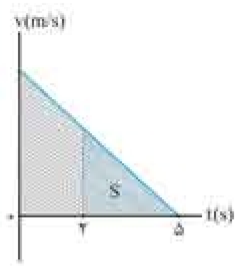
$$\left(\frac{AB'}{AB}\right)^2 = \frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}}$$



گام اول: با توجه به یادآوری فوق، نسبت جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ را به جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t = 0s$ تا $t = 5s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{(5s\text{ تا }2s)}}{S_{(5s\text{ تا }0s)}} = \left(\frac{5-2}{5-0}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_{(5s\text{ تا }2s)}}{\Delta x_{(5s\text{ تا }0s)}} = \frac{9}{25}$$

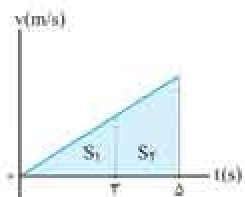


گام دوم: چون نسبت جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ اول به جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیهٔ اول مورد نظر است:

$$\frac{\Delta x_{(5s\text{ تا }0s)} - \Delta x_{(5s\text{ تا }2s)}}{\Delta x_{(5s\text{ تا }0s)}} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$$

۱۵۲. گزینه ۱

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار $v-t$ با محور زمان برابر جابه‌جایی جسم است. از نسبت مساحت‌های مثلث کوچک‌تر به مثلث بزرگ‌تر استفاده می‌کنیم و می‌توان نوشت:



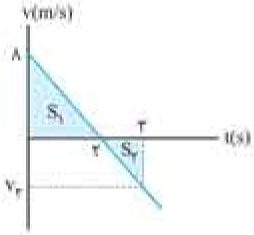
$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{3-0}{5-0}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + 32} = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow S_1 = 18 \Rightarrow \Delta x_{(3s\text{ تا }0s)} = 18m$$

در نتیجه جابه‌جایی در سه ثانیهٔ اول حرکت، $18m$ است.

۱۵۳. گزینه ۳

گام اول: ابتدا نمودار سرعت ـ زمان متحرک را با استفاده از معادلهٔ داده شده به شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. با جایگذاری $t = 3s$ در معادلهٔ سرعت ـ زمان داریم:



$$v = -4t + 8 \xrightarrow{t = 3s} v_2 = -4\,m/s$$

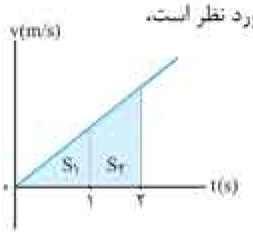
گام دوم: حال با توجه به این‌که سطح زیر نمودار $v-t$ در یک بازهٔ زمانی مشخص، برابر جابه‌جایی در آن بازهٔ زمانی است، داریم:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{\ell}{\Delta t}} = \frac{\Delta x}{\ell} = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} = \frac{\left(\frac{2\times 8}{2}\right) - \left(\frac{1\times 4}{2}\right)}{\left(\frac{2\times 8}{2}\right) + \left(\frac{1\times 4}{2}\right)} = \frac{3}{5}$$

تذکر: دقت کنید که برای محاسبهٔ مسافت طی شده کافی است مساحت‌ها را با هم جمع کنیم اما برای محاسبهٔ جابه‌جایی باید مساحت‌های محصور را با علامت‌های جبری در نظر بگیریم.

۱۵۴. گزینه ۳

گام اول: نمودار به‌صورت خط گذرنده از مبدأ است و مساحت محصور بین نمودار با محور t برابر جابه‌جایی متحرک است. چون مقایسه جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ اول با جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم مورد نظر است.



مطابق شکل، مساحت S_1 (جابه‌جایی در ثانیه اول) و مساحت S_2 (جابه‌جایی در ثانیه دوم) را در نظر می‌گیریم.

گام دوم: از تشابه مثلث S_1 با مثلث $S_1 + S_2$ استفاده می‌کنیم و نسبت تشابه آن‌ها را می‌نویسیم:

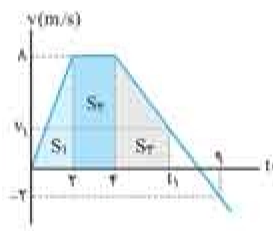
$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{1-0}{2-0}\right)^2 \xrightarrow{S_1 = 5m} \frac{5}{5 + S_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow S_2 = 15m$$

دام آموزشی: اگر ثانیهٔ دوم را به اشتباه دو ثانیهٔ اول، یعنی بازهٔ $0s$ تا $2s$ در نظر بگیرید، به اشتباه «گزینه ۴» را انتخاب می‌کنید.

۱۵۵. گزینه ۲

روش ۱ **گام اول:** شرط گذشتن متحرک از مبدأ این است که $x = 0m$ شود:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow \Delta x = 0 - (-36) = 36\,m$$



با توجه به اینکه مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان مقدار جابه‌جایی در بازهٔ زمانی مشخص را نشان می‌دهد، فرض می‌کنیم در لحظهٔ t_1، مقدار جابه‌جایی برابر $36\,m$ شود.

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 = 36\,m$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\times 8}{2}\right) + (2\times 8) + S_3 = 36 \Rightarrow S_3 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{(v_1 + 8)\times(t_1 - 4)}{2} = 12 \Rightarrow (v_1 + 8)(t_1 - 4) = 24 \quad \boxed{1}$$

گام دوم: چون دو مجهول داریم، باید یکی را برحسب دیگری محاسبه کنیم. برای این کار معادلهٔ خط شیبدار از $t = 4s$ تا $t = 9s$ را می‌نویسیم:

$$a = \frac{-2-8}{9-4} = \frac{-10}{5} = -2 \Rightarrow v = -2t + v_0 \quad \text{(شیب خط)}$$

گام سوم: با جای‌گذاری نقطهٔ $(9, -2)$ داریم:

$$-2 = -2\times 9 + v_0 \Rightarrow v_0 = 16\,m/s \Rightarrow v = -2t + 16$$

حال v_1 را برحسب t_1 می‌نویسیم:

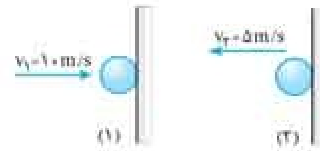
$$\Rightarrow v_1 = -2t_1 + 16 \quad \boxed{2}$$

با جای‌گذاری $\boxed{2}$ در $\boxed{1}$ داریم:

$$(-2t_1 + 16 + 8)(t_1 - 4) = 24 \Rightarrow (-2t_1 + 24)(t_1 - 4) = 24$$

۱۸۳. گزینه ۴

گام اول: برای یافتن شتاب متوسط از رابطهٔ $\vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}$ استفاده می‌کنیم.



مطابق شکل، جهت رو به دیوار را در جهت $+x$ در نظر می‌گیریم. لحظه‌های قبل و بعد از برخورد توپ با دیوار در شکل‌های (۱) و (۲) نشان داده شده است. تغییر سرعت جسم در این برخورد برابر است با:

$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1 \Rightarrow \Delta\vec{v}=-5\vec{i}-(10\vec{i})=-15\vec{i}$$

گام دوم: از رابطهٔ شتاب متوسط استفاده می‌کنیم تا بردار $\vec{a}_{av}$ را به‌دست آوریم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{-15\vec{i}}{0/1}=-150\vec{i}\ m/s^2$$

علامت منفی بیانگر این است که جهت بردار شتاب خلاف جهت مثبت محور x، یعنی به طرف بیرون دیوار است.

۱۸۴. گزینه ۴

یادآوری: بزرگی تفریق دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که در خلاف جهت یکدیگر هستند، از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $|\vec{a}-\vec{b}|=a+b$

گام اول: چون $\vec{v}_1$ در جهت شرق و $\vec{v}_2$ در جهت غرب است، جهت دو بردار سرعت مخالف یکدیگر هستند. بزرگی تفریق این دو بردار را به‌دست می‌آوریم:

$$v_1=\frac{36}{3/6}=10m/s\ ,\ v_2=\frac{72}{3/6}=20m/s$$

$$|\vec{v}_2-\vec{v}_1|=20+10=30m/s$$

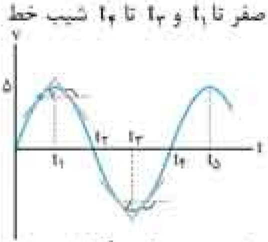
گام دوم: بزرگی شتاب متوسط را با استفاده از رابطهٔ $a_{av}=\frac{|\vec{v}_2-\vec{v}_1|}{t_2-t_1}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{|\vec{v}_2-\vec{v}_1|}{t_2-t_1}\Rightarrow a_{av}=\frac{30}{10-4}=5m/s^2$$

۱۸۵. گزینه ۲

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) درست است؛ شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان برابر شتاب متحرک در لحظه معین است و بین لحظه‌های صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 شیب خط مماس مقداری مثبت است.



ب) نادرست است؛ در لحظه‌های t_1 و t_3 علامت شیب خط مماس تغییر می‌کند، پس جهت شتاب نیز در دو لحظهٔ t_1 و t_3 تغییر می‌کند.

پ) درست است؛ از t_1 تا t_2 سرعت مثبت است، پس جهت حرکت در جهت مثبت محور است و از t_2 تا t_3 علامت سرعت منفی است و متحرک در جهت منفی حرکت می‌کند. پس از t_1 تا t_3 جهت حرکت یک بار تغییر کرده است.

ت) نادرست است؛ در بازهٔ صفر تا t_2 علامت سرعت مثبت است و جهت حرکت تغییر نمی‌کند.

۱۸۶. گزینه ۲

الف) نمودار به‌صورت خط راست است؛ پس مربوط به حرکت یکنواخت بوده و شتاب ندارد.

ب) کاسهٔ منحنی رو به پایین $(a<0)$ و شیب نمودار مثبت است $(v>0)$ ← $av<0$: حرکت کندشونده

پ) کاسهٔ منحنی رو به بالا $(a>0)$ و شیب نمودار مثبت است $(v>0)$ ← $av>0$: حرکت تندشونده

ت) کاسهٔ منحنی رو به پایین $(a<0)$ و شیب نمودار منفی است $(v<0)$ ← $av>0$: حرکت تندشونده

بنابراین نمودارهای پ و ت مربوط به حرکت‌های تندشونده هستند.

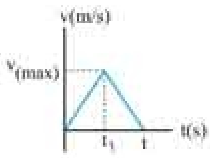
۱۸۷. گزینه ۲

یادآوری: اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی در یک بازهٔ زمانی دلخواه t ثانیه‌ای، مثلثی مطابق یکی از شکل‌های زیر باشد، سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$v_{av}=\frac{v_{max}}{2}$$

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ با توجه به نمودار سرعت ـ زمان، متحرک اصلاً تغییر جهت نداده است.



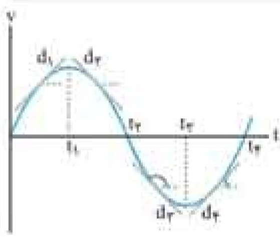
ب) درست؛ حرکت متحرک از لحظهٔ $t=0s$ تا $t=t_1$ تند شونده بوده و پس از آن تا لحظهٔ t حرکت کند شونده است.

پ) درست؛ چون متحرک تغییر جهت نداده است، مسافت و بزرگی جابه‌جایی با یکدیگر برابرند.

ت) با توجه به نکتهٔ گفته شده داریم: $s_{av}=|v_{av}|=\frac{v_{max}}{2}=\frac{10}{2}=5m/s$

۱۸۸. گزینه ۲

یادآوری: شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان، برابر شتاب جسم در هر لحظهٔ معین است و علامت شیب خط مماس بیانگر جهت شتاب جسم است.



گام اول: در بازهٔ زمانی $t=0s$ تا $t=t_2$ سرعت مثبت و از t_2 تا t_4 سرعت منفی است.

گام دوم: شیب خط d_1 و d_4 مثبت و شیب خط d_2 و d_3 منفی است.

گام سوم: در بازهٔ $t=0s$ تا $t=t_1$ شتاب و سرعت مثبت و در بازهٔ t_2 تا t_3 شتاب و سرعت منفی هستند.

۱۸۹. گزینه ۴

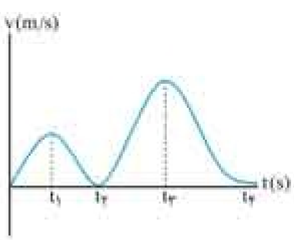
یادآوری: شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر با شتاب متحرک در هر لحظه است.

گام اول: در این تست، ملاحظه می‌شود که با گذشت زمان، شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، پس بزرگی شتاب متحرک نیز در حال کاهش است. (یعنی شتاب متغیر است.)

گام دوم: با توجه به نمودار، سرعت نیز در حال افزایش است؛ پس حرکت تندشونده است.

۱۹۰. گزینه ۲ عبارت‌های الف و پ درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:



الف) در همهٔ لحظه‌های حرکت، مقدار سرعت مثبت است، پس جهت حرکت جسم در جهت مثبت محور بوده است.

ب) به دلیل توضیحی که در عبارت الف مطرح کردیم، بدیهی است که این عبارت نادرست است.

روش ۲ گام اول: معادلهٔ حرکت هر یک از اتومبیل‌ها را نسبت به مبدأ یکسان (مثلاً زمین) و در جهت مثبت محور در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم اتومبیل A در لحظهٔ $t=0s$ در مبدأ مکان است: $x = vt + x_0$

$x_A = 10t \quad , \quad x_B = 5t + 300$

در معادلهٔ حرکت اتومبیل B، مقدار مکان اولیه را برابر $300m$ در نظر می‌گیریم؛ زیرا در لحظهٔ $t=0s$ فاصلهٔ A تا B برابر $300m$ و B جلوتر از A (در جهت مثبت) بوده است.

گام دوم: هنگامی که اتومبیل A به اتومبیل B می‌رسد، مکان دو اتومبیل یکسان است پس با مساوی قرار دادن x_A و x_B مقدار t را به‌دست می‌آوریم:

$x_A = x_B \Rightarrow 10t = 5t + 300 \Rightarrow t = 60s$

۲۳۵. گزینه ۲

روش ۱ گام اول: با استفاده از مفهوم حرکت نسبی که در درسنامه بیان شد، چون سرعت هر دو دونده ثابت است، مدت زمان لازم برای این‌که دونده‌ها به ۲۰ متری یکدیگر برسند (یعنی $100-20=80m$ به یکدیگر نزدیک شوند) را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v_{\text{نسبی}} t \xrightarrow[v_{\text{نسبی}}=v_1+v_2]{\text{خلاف جهت حرکت می‌کنند}} 80 = (2+3)t \Rightarrow t = 16s$$

گام دوم: از معادلهٔ $\Delta x = v\Delta t$، مسافتی را که دوندهٔ B دویده است، به‌دست می‌آوریم: $\Delta x_B = v_B t \Rightarrow \Delta x = 3 \times 16 = 48m$

توجه کنید که در این سؤال چون جهت سرعت‌ها در خلاف جهت یکدیگر است، سرعت نسبی برابر با جمع بزرگی سرعت‌های هر یک از دونده‌ها است.

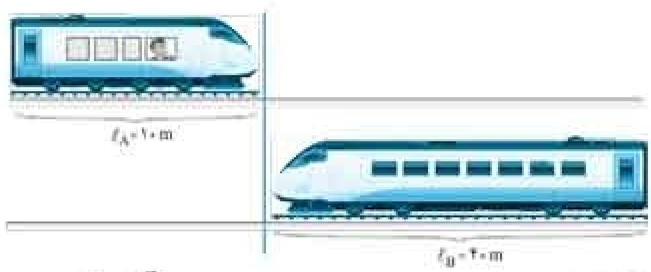
روش ۲ چون سرعت متحرک‌ها ثابت است و جابه‌جایی آن‌ها متناسب با سرعت آن‌هاست، پس $80m$ را به نسبت سرعت آن‌ها یعنی ۲ و ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{80}{2+3} = 16 \Rightarrow \Delta x_B = 16 \times 3 = 48 \quad , \quad \Delta x_A = 16 \times 2 = 32m$$

۲۳۶. گزینه ۳

گام اول: همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید، اگر قطار A را ساکن فرض کنیم، قطار B با سرعت نسبی $v_A + v_B$ به قطار A نزدیک می‌شود. برای محاسبهٔ حداکثر زمانی که شخص، قطار B را می‌بیند، باید تمام طول قطار B $(\ell_B = 40m)$ از جلوی شخص عبور کند. در این حالت داریم:

$v_{\text{نسبی}} = v_A + v_B = 20 + 30 = 50 m/s$



گام دوم: حال برای محاسبهٔ حداکثر زمان، با توجه به رابطهٔ $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$، داریم:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \vec{x}}{v} \xrightarrow[v=v_{\text{نسبی}}=50m/s]{\Delta x = \ell_B = 40m} \Delta t = \frac{40}{50} = 0/8s$$

۲۳۷. گزینه ۴

روش ۱ از مفهوم حرکت نسبی استفاده می‌کنیم.

گام اول: چون سرعت هر دو متحرک ثابت است، معادلهٔ حرکت یکنواخت نسبی یعنی $\Delta x = v_{\text{نسبی}} t$ را به‌کار می‌بریم تا مدت زمانی را که طول می‌کشد تا اتومبیل به کامیون برسد، به‌دست آوریم.

در این حالت که سرعت هر دو متحرک در یک جهت است و فاصلهٔ دو متحرک از $250m$ به صفر می‌رسد، می‌توان نوشت:

$$\Delta \vec{x} = \vec{v}_{\text{نسبی}} t \xrightarrow[\Delta \vec{x} = 250m]{\vec{v}_{\text{نسبی}} = v_C - v_W} 250 = (30-20)t \Rightarrow t = 25s$$

گام دوم: مسافتی را که کامیون در مدت $25s$ طی کرده است، از رابطهٔ $\Delta x_W = v_W t$ به‌دست می‌آوریم: $\Delta x_W = 20 \times 25 = 500m$

روش ۲ گام اول: در لحظهٔ $t=0s$، مبدأ مکان را مکان اتومبیل در نظر می‌گیریم و معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک‌ها را نسبت به یک مبدأ مشترک می‌نویسیم. جهت حرکت هر دو متحرک را در سوی مثبت در نظر می‌گیریم:

$$x = vt + x_0 \begin{cases} v_C = 30m/s \Rightarrow x_C = 30t \\ v_W = 20m/s \Rightarrow x_W = 20t + 250 \end{cases}$$

گام دوم: در لحظه‌ای که اتومبیل به کامیون می‌رسد (لحظهٔ t)، مکان هر دو متحرک با یکدیگر برابر است. بنابراین طرفین دو معادله را برابر یکدیگر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ t را به‌دست آوریم:

$x_C = x_W \Rightarrow 30t = 20t + 250 \Rightarrow t = 25s$

گام سوم: مسافتی که کامیون در مدت $t = 25s$ طی می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

$\Delta x_W = 20 \times 25 = 500m$

۲۳۸. گزینه ۲

گام اول: مدت زمانی که طول می‌کشد تا دو فوتبالیست به یکدیگر برسند را به‌دست می‌آوریم. برای این کار از روش حرکت نسبی که در درسنامه بیان شد، استفاده می‌کنیم. چون هر دو فوتبالیست با تندی ثابت به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند، معادلهٔ حرکت نسبی آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$\Delta x = v_{\text{نسبی}} t \xrightarrow[\Delta x = 20m]{v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2} 20 = (2+2) \times t \Rightarrow t = 5s$$

گام دوم: توپ نیز در مدت $5s$ با تندی ثابت $5m/s$ بین دو فوتبالیست حرکت می‌کند؛ پس مسافتی را که توپ می‌پیماید، از رابطهٔ $s = \frac{\ell}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم:

$\ell = s\Delta t = 5 \times 5 \Rightarrow \ell = 25m$

۲۳۹. گزینه ۳

روش ۱ از مفهوم حرکت نسبی که در درسنامه بیان شد، استفاده می‌کنیم.

گام اول: از لحظهٔ $t_0 = 0s$ تا $t = 3s$ فاصلهٔ دو متحرک $16-10=6m$ افزایش یافته است، پس بنابه رابطهٔ حرکت یکنواخت نسبی ($\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times t$)، می‌توان نوشت: $6 = v_{\text{نسبی}} \times 3 \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = 2m/s$

گام دوم: در لحظهٔ t فاصلهٔ دو متحرک به $30m$ رسیده است؛ یعنی نسبت به لحظهٔ $t = 0s$ به اندازهٔ $30-10=20m$ افزایش یافته است. پس دوباره از معادلهٔ حرکت نسبی استفاده می‌کنیم تا لحظهٔ t را به‌دست آوریم:

$20 = 2 \times t \Rightarrow t = 10s$

روش ۲ گام اول: معادله حرکت هر یک از متحرک‌ها را نسبت به یک مبدأ مشترک می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[v_1>0,\, v_2>0]{x_{0_1}=0m,\, x_{0_2}=10m} \begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = v_2 t + 10 \end{cases}$$

گام دوم: چون فاصلهٔ دو متحرک مورد نظر است، طرفین دو رابطه را از هم کم می‌کنیم: $x_2 - x_1 = (v_2 - v_1)t + 10$

گام سوم: اکنون مقدارهای $t = 3s$ و $x_2 - x_1 = 16m$ را در معادله قرار می‌دهیم تا $v_2 - v_1$ به‌دست آید. $16 = (v_2 - v_1) \times 3 + 10 \Rightarrow v_2 - v_1 = 2m/s$

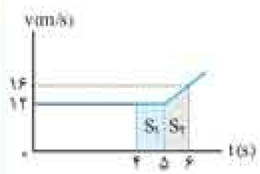
گام چهارم: حال مقدار $v_2 - v_1$ را در معادلهٔ $x_2 - x_1 = (v_2 - v_1)t + 10$ قرار می‌دهیم و $x_2 - x_1$ را برابر $30m$ در نظر می‌گیریم:

$30 = 2 \times t + 10 \Rightarrow t = 10s$

۲۴۰. گزینه ۱

گام اول: با توجه به شکل فرض می‌کنیم از لحظه‌ای که بوق به صدا درمی‌آید و تا لحظه‌ای که موتورسوار بازتاب آن را می‌شنود، موتورسوار به اندازهٔ x جابه‌جا شده است. در این مدت (یعنی $0/5$ ثانیه) صوت مسافت خط‌چین را طی کرده است و به راحتی می‌توان دریافت که: $x + \ell = 2d$

روش ۲ با استفاده از رسم نمودار سرعت ـ زمان و در نظر گرفتن این نکته که مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، در یک بازهٔ زمانی مشخص برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است، می‌توان مسئله را به سادگی حل کرد.



(دقت کنید که به سرعت متحرک در مدت 1s با شتاب $4\,m/s^2$؛ $4\,m/s$ افزوده شده و سرعتش از $12\,m/s$ به $16\,m/s$ می‌رسد)

$$\Delta x_{کل} = S_1+S_2 = (5-4)\times 12 + \frac{12+16}{2}\times(6-5)$$

$$\Rightarrow \Delta x_{کل} = 12+14 \Rightarrow \Delta x_{کل} = 26\,m$$

۲۷۴. گزینه ۱

گام اول: در ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان $\Delta x = \frac{v^2-v_0^2}{2a}$ برای هر ۲ مرحلهٔ حرکت داریم:

(۱) $\Delta x_1 = \frac{v^2-v_0^2}{2a} = \frac{v^2-(0)^2}{2\times(\frac{1}{2})} = v^2$: حرکت تندشونده

(۲) $\Delta x_2 = \frac{v'^2-v_0'^2}{2a} = \frac{(0)^2-v^2}{2(-2/5)} = \frac{v^2}{5}$: حرکت کندشونده

می‌دانیم که مجموع این دو جابه‌جایی برابر طول کل مسیر است؛ یعنی:

$$\Delta x_1+\Delta x_2 = 270 \xrightarrow{(1),(2)} v^2+\frac{v^2}{5} = 270 \Rightarrow \frac{6v^2}{5} = 270$$

$$\Rightarrow v = 15\,m/s$$

تذکر: دقت کنید که سرعت اولیهٔ متحرک در حرکت کندشونده، سرعت نهایی متحرک در حرکت تندشونده است.

گام دوم: با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان $v=at+v_0$، برای هر مرحله از حرکت، می‌توانیم مدت زمان آن قسمت از حرکت را محاسبه کنیم:

حرکت تندشونده:

$$v=at_1+v_0 \xrightarrow[v_0=0\,m/s,\ a=\frac{1}{2}\,m/s^2]{v=15\,m/s} 15 = (\frac{1}{2})t_1+0 \Rightarrow t_1 = 30\,s$$

حرکت کندشونده:

$$v=at_2+v_0 \xrightarrow[a=-2/5\,m/s^2]{v=0\,m/s,\ v_0=15\,m/s} 0 = (-2/5)t_2+15 \Rightarrow t_2 = 6\,s$$

گام سوم: بنابراین زمان کل حرکت برابر است با:

$$t_{نهایی} = t_1+t_2 = 30+6 = 36\,s$$

۲۷۵. گزینه ۲

گام اول: با توجه به شکل، تا لحظهٔ ۳T، متحرک جابه‌جایی‌های برابر و یکسان ۱۰m داشته است که این نشان‌دهندهٔ یک حرکت با سرعت ثابت (غیرصفر) است. از لحظهٔ ۳T به بعد، متحرک مطابق شکل زیر جابه‌جا شده است.

گام دوم: همان طور که ملاحظه می‌کنید، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی بعد از ۳T تشکیل تصاعد حسابی داده است؛ پس حرکت متحرک با شتاب ثابت است. بنابراین نمودار $x-t$ حرکت در مرحلهٔ اول باید خط شیب‌دار با شیب ثابت مثبت باشد و در مرحلهٔ دوم (بعد از ۳T)، نمودار بخشی از یک سهمی است که تقعر آن روبه‌بالاست.

۲۷۶. گزینه ۳

روش ۱ می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، جسمی که از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، در بازه‌های زمانی یکسان T، جابه‌جایی‌های زیر را دارد:

$\{\Delta x_1, 3\Delta x_1, 5\Delta x_1, 7\Delta x_1, ...\}$

که در آن Δx_1، جابه‌جایی جسم در T ثانیهٔ اول است.

در این تست $T=3\,s$ است، پس جسم در سه ثانیهٔ دوم به اندازهٔ $3\Delta x_1$ و در سه ثانیهٔ اول به اندازهٔ Δx_1 جابه‌جا می‌شود و نسبت این جابه‌جایی‌ها برابر ۳ است.

روش ۲ می‌دانیم که جابه‌جایی در t ثانیهٔ nام حرکت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2(2n-1)+v_0t$$

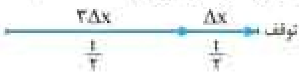
بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta x_{3s-6s}}{\Delta x_{0-3s}} = \frac{\frac{1}{2}a\times(3)^2\times(2\times2-1)+v_0\times3}{\frac{1}{2}a\times(3)^2\times(2\times1-1)+v_0\times3}$$

$$\xrightarrow{v_0=0\,m/s} \frac{\Delta x_{3-6}}{\Delta x_{0-3}} = \frac{27}{9} = 3$$

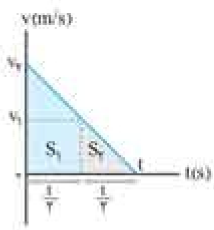
۲۷۷. گزینه ۳

روش ۱ چون متحرک در نهایت متوقف می‌شود و می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهد. (دقت کنید اگر حرکت را معکوس در نظر بگیریم $v_0=0\,m/s$ است)



$$\frac{\text{مسافت طی شده در } \frac{t}{2} \text{ ثانیهٔ اول}}{\text{مسافت طی شده در } \frac{t}{2} \text{ ثانیهٔ دوم}} = \frac{3\Delta x}{\Delta x} = 3$$

روش ۲ گام اول: با رسم نمودار سرعت ـ زمان مربوط به حرکت ترمزی با شتاب ثابت مطابق شکل، با استفاده از تشابه مثلث بزرگ با قاعدهٔ t و مثلث کوچک سمت راست داریم:



$$\frac{v_2}{t} = \frac{v_1}{\frac{t}{2}} \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

گام دوم: می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان برابر جابه‌جایی است؛ بنابراین کافی است مطابق زیر عمل کنیم:

$$\frac{\text{مسافت طی شده در } \frac{t}{2} \text{ ثانیهٔ اول}}{\text{مسافت طی شده در } \frac{t}{2} \text{ ثانیهٔ دوم}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{v_1+v_2}{2}\times\frac{t}{2}}{\frac{v_1\times\frac{t}{2}}{2}} \xrightarrow{v_2=2v_1} \frac{S_1}{S_2} = 3$$

تذکر: می‌توانستیم از تالس جزء به کل نیز استفاده کنیم:

$$\frac{S_2}{S_1+S_2} = \left(\frac{\frac{t}{2}}{\frac{t}{2}+\frac{t}{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1+S_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = 3S_2$$

۲۷۸. گزینه ۳

گام اول: نمودار مکان ـ زمان به شکل یک سهمی است؛ بنابراین حرکت با شتاب ثابت است. با استفاده از رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}at^2+v_0t$ در ۳ ثانیهٔ اول حرکت شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2+\cancel{v_0t} \xrightarrow[t=3s]{x_0=18m,\ x=0m} 0-18 = \frac{1}{2}a\times3^2 \Rightarrow a = -4\,m/s^2$$

گام دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی یک تصاعد حسابی تشکیل می‌دهد که جابه‌جایی در ثانیهٔ nام را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1)+\cancel{v_0} \xrightarrow[n=7]{a=-4m/s^2} \Delta x_7 = \frac{1}{2}(-4)(2\times7-1) = -26m$$

$$\Rightarrow |\Delta x_7| = 26m$$

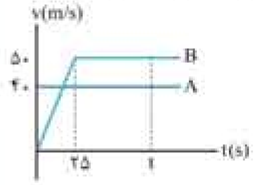
بنابراین داریم:

$$\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times t' \xrightarrow[v_{\text{نسبی}}=10\,m/s]{\Delta x = 800\,m} 800 = 10t' \Rightarrow t' = 80\,s \quad \boxed{2}$$

$$\xrightarrow{\boxed{1},\boxed{2}} t_{\text{کل}} = t + t' = 80 + 25 = 105\,s$$

دقت کنید! قطار B بعد از $t = 25\,s$ با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه داده است.

روش ۲ مطابق روش اول، مدت زمان رسیدن متحرک به سرعت $50\,m/s$ را محاسبه می‌کنیم و سپس نمودار $v-t$ حرکت دو قطار را مطابق شکل رسم می‌کنیم.



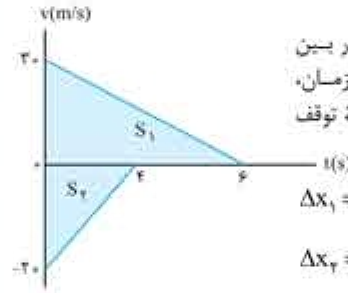
فرض می‌کنیم قطار B در لحظهٔ t، به اندازهٔ طول دو قطار $(200\,m + 225\,m)$، بیشتر از قطار A جابه‌جا شده است. بنابراین با استفاده از مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان که نشان‌دهندهٔ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی مورد نظر است داریم:

$$\left.\begin{array}{l} S_A = 40t \\ S_B = \dfrac{t + (t-25)}{2} \times 50 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_B - \Delta x_A = S_B - S_A = 425$$

$$\Rightarrow \frac{2t - 25}{2} \times 50 - 40t = 425 \Rightarrow 50t - 625 - 40t = 425 \Rightarrow 10t = 1050$$

$$\Rightarrow t = 105\,s$$

۴۵۸. گزینه ۲

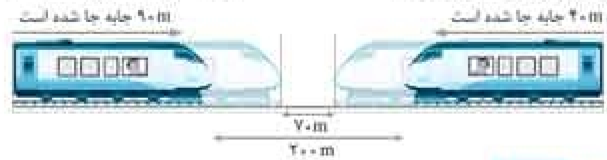


گام اول: با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان با محور زمان، جابه‌جایی هر یک از قطارها را تا لحظهٔ توقف به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{30 \times 6}{2} = 90\,m$$

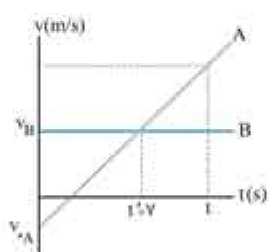
$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{4 \times (-20)}{2} = -40\,m$$

گام دوم: علامت منفی که در جابه‌جایی قطار دوم ظاهر شده است، به معنی این است که قطار دوم خلاف جهت مثبت محور جابه‌جا شده است؛ بنابراین فاصلهٔ دو قطار در ابتدا ۲۰۰ متر بوده است و هر یک از قطارها به‌ترتیب به اندازهٔ $90\,m$ و $40\,m$ به طرف یکدیگر حرکت کرده‌اند؛ بنابراین پس از توقف فاصلهٔ دو قطار برابر $70\,m$ می‌شود: $\Delta d = 200 - (90 + 40) = 70\,m$



۴۵۹. گزینه ۲

روش ۱ مطابق نمودار در لحظهٔ $t' = 7\,s$ سرعت دو متحرک یکسان شده است، و در لحظهٔ t جابه‌جایی دو متحرک یکسان است و دو متحرک دوباره به هم می‌رسند.



بنابر آنچه در درسنامه ذکر کردیم می‌توان نوشت: $t = 2t'$

بنابراین در این سؤال در لحظهٔ $t = 2 \times 7 = 14\,s$ دو متحرک به هم می‌رسند.

روش ۲ با استفاده از مفهوم حرکت نسبی می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_{\text{نسبی}} t^2 + v_{0\,\text{نسبی}} t \quad , \quad \Delta x_{\text{نسبی}} = 0$$

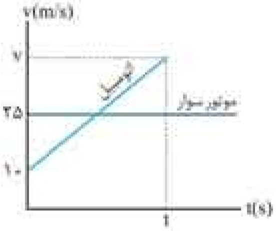
$$a_{\text{نسبی}} = a_A - \cancel{a_B}^{\,0} = a_A = \frac{v_B - v_{0A}}{t'} \quad , \quad v_{0\,\text{نسبی}} = v_{0A} - v_B$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \frac{v_B - v_{0A}}{t'} t^2 + (v_{0A} - v_B)t$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_B - v_{0A}}{t'}\right)t = 2(v_B - v_{0A}) \Rightarrow t = 2t' \Rightarrow t = 2 \times 7 = 14\,s$$

۴۶۰. گزینه ۳

روش ۱ فرض می‌کنیم دو متحرک در لحظهٔ t به هم برسند؛ بنابراین چون در مبدأ زمان هر دو از یک مکان شروع به حرکت کرده‌اند، جابه‌جایی دو متحرک که برابر مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان است از صفر تا t با یکدیگر برابر است:



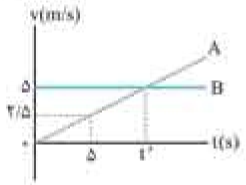
$$\Delta x_{\text{موتور}} = \Delta x_{\text{اتومبیل}} \Rightarrow 25t = \frac{10 + v}{2} \times t$$

$$\Rightarrow v = 40\,m/s$$

روش ۲ با استفاده از درسنامه می‌توان گفت مجموع سرعت‌های اولیه و نهایی متحرک‌ها برابر است: $10 + v = 25 + 25 \Rightarrow v = 40\,m/s$

۴۶۱. گزینه ۱

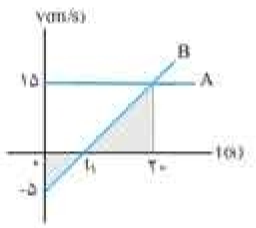
گام اول: سرعت متحرک A در لحظهٔ t' برابر سرعت متحرک B می‌شود. آن را با استفاده از شیب خط A به‌دست می‌آوریم: $\frac{5}{t'} = \frac{2/5}{5} \Rightarrow t' = 10\,s$



گام دوم: چون حرکت A شتاب‌دار با شتاب ثابت و حرکت B یکنواخت است، با استفاده از درسنامه، می‌توان دریافت در لحظهٔ $t = 2t'$ متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد.

$t = 2t' = 2 \times 10 = 20\,s$

۴۶۲. گزینه ۳



گام اول: در شکل روبه‌رو، با استفاده از نسبت اضلاع دو مثلث هاشورخورده، لحظهٔ t_1 را می‌یابیم (سرعت دو متحرک از لحظهٔ t_1 به بعد هم‌جهت و مثبت می‌شود). $\frac{15}{5} = \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = 5\,s$

گام دوم: با استفاده از درسنامه چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده‌اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، داریم: $t = 2 \times 20 = 40\,s$

در نتیجه بازهٔ زمانی خواسته شده برابر است با: $40 - 5 = 35\,s$

۴۶۳. گزینه ۱

با استفاده از مطالب درسنامه، می‌توان نوشت: (لحظهٔ $t = 8\,s$، لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک است)

$$v_{0A} + v_A = v_{0B} + v_B$$

$$2 + 6 = -5 + v_B \Rightarrow v_B = 13\,m/s$$

۴۶۴. گزینه ۱

حرکت A شتاب‌دار با شتاب ثابت است و متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند و چون دو متحرک از یک نقطه و هم‌زمان عبور کرده‌اند و در لحظهٔ $t = 2\,s$ دوباره به هم رسیده‌اند، با استفاده از آنچه در درسنامه مطرح کردیم، می‌توان دریافت، در لحظهٔ $t = 1\,s$ سرعت متحرک‌ها برابر یکدیگر است و هم‌چنین رابطهٔ $v_{0A} + v_A = v_{0B} + v_B$ نیز از لحظهٔ $t = 0\,s$ تا لحظهٔ به هم رسیدن آن‌ها برقرار است. اکنون از این رابطه می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} v_{0A} = 0\,m/s \\ v_{0B} = v_B \end{array}\right\} \Rightarrow v_A = 2v_B$$

از این نتیجه می‌توان دریافت که هنگامی که سرعت متحرک A دو برابر متحرک B است، دو متحرک به هم رسیده‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر صفر است.

۴۶۵. گزینه ۴

شرط این‌که فاصلهٔ موتورسوار با اتومبیل به حداقل برسد این است که در آن لحظه، سرعت موتورسوار برابر سرعت اتومبیل باشد و چون ضمن ترمز کردن فاصلهٔ موتورسوار از اتومبیل به اندازهٔ $200 - 50 = 250$ متر کاهش یافته می‌توان

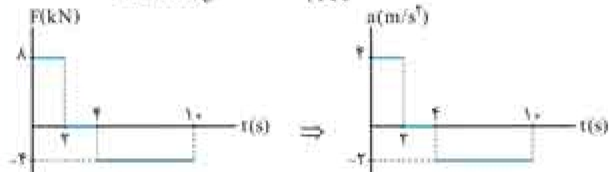
۶۰۴. گزینه ۲

گام اول: از قانون دوم نیوتون $(\vec{F}=m\vec{a})$ می‌توان شتاب جسم را در هر مرحله به‌دست آورد:

$$F_۱=ma_۱\xrightarrow[m=۲۰۰۰kg]{F_۱=۸۰۰۰N}a_۱=\frac{۸۰۰۰}{۲۰۰۰}=۴\,m/s^۲$$

$$F_۲=ma_۲\xrightarrow{F_۲=۰}a_۲=۰\,m/s^۲$$

$$F_۳=ma_۳\xrightarrow[m=۲۰۰۰kg]{F_۳=-۴۰۰۰N}a_۳=\frac{-۴۰۰۰}{۲۰۰۰}=-۲\,m/s^۲$$



گام دوم: در مرحلهٔ اول، حرکت جسم شتاب‌دار با شتاب ثابت است و از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t=\frac{۱}{۲}\times۴\times۲^۲+۲v_۰=۸+۲v_۰$$

در مرحلهٔ دوم، سرعت ثابت و برابر سرعت نهایی مرحلهٔ اول $(v=at+v_۰=۴\times۲+v_۰)$ است. جابه‌جایی در این مرحله را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_۲=vt\Rightarrow\Delta x_۲=(۴\times۲+v_۰)\times۲$$

در مرحلهٔ سوم، حرکت با شتاب ثابت $-۲\,m/s^۲$ و سرعت اولیهٔ $v_۲=(۴\times۲+v_۰)$ است. جابه‌جایی جسم در این مرحله را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_۳=-\frac{۱}{۲}\times۲\times۶^۲+(۴\times۲+v_۰)\times۶=-۳۶+(۴\times۲+v_۰)\times۶$$

گام سوم: با توجه به این‌که سرعت متوسط در کل زمان حرکت برابر $۶/۸\,m/s$ است و با توجه به رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، مجموع جابه‌جایی‌ها را برابر $\Delta x_{کل}=v_{av}\times\Delta t=۶/۸\times۱۰=۶۸\,m$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_{کل}=\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳$$

$$(۸+۲v_۰)+(۱۶+۲v_۰)+(-۳۶+۴۸+۶v_۰)=۶۸\Rightarrow v_۰=۳/۲\,m/s$$

۶۰۵. گزینه ۳

مطابق شکل، چکش به میخ نیرو وارد می‌کند و سبب فرورفتن میخ در چوب می‌شود $(F_{۲۱})$.

طبق قانون سوم نیوتون، هم‌زمان میخ نیز نیروی $F_{۱۲}$ را به همان اندازه، در همان راستا و در خلاف جهت $F_{۲۱}$ به چکش وارد می‌کند که این نیرو موجب کُند شدن حرکت چکش و متوقف شدن آن می‌شود. همان‌طور که در درسنامه ذکر کردیم در مورد نیروهای کنش و واکنش توجه به نکات زیر ضروری است:

۱ هم‌اندازه، هم‌راستا، اما در خلاف جهت یکدیگرند.

۲ همواره به دو جسم وارد می‌شوند. بنابراین قابل برایندگیری نیستند و اثر یکدیگر را خنثی نمی‌کنند.

۳ همواره از یک نوع هستند (مثلاً هر دو الکتریکی‌اند یا هر دو مغناطیسی‌اند و یا هر دو گرانشی‌اند و یا...).

۶۰۶. گزینه ۱

بنابر قانون سوم نیوتون، برای هر نیرویی عکس‌العملی وجود دارد. ورزشکار به میلهٔ بارفیکس به طرف پایین نیرو وارد می‌کند و واکنش این نیرو از میلهٔ بارفیکس بر ورزشکار وارد می‌شود، بنابراین ورزشکار بالا می‌رود.

۶۰۷. گزینه ۲

موشک به‌دلیل نیروی واکنش حاصل از گازهای خروجی از خود موشک، کار می‌کند. اگر در ذهنتان این سؤال ایجاد شده که ممکن است دلیل حرکت موشک عقب‌راندن هوا و در نتیجهٔ آن حرکت به سمت بالا باشد، سخت در اشتباه هستید! به این دلیل که اگر این‌گونه بود، در فضای دوردست که هوایی برای جلوراندن موشک وجود ندارد، موشک نمی‌تواند کار کند.

۶۰۸. گزینه ۱

نیروی گرانش در شرایط خلأ نیز وجود دارد. خلأ محیطی است که خالی از هر حالتی از ماده است. گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» نیز مربوط به قانون سوم نیوتون هستند.

۶۰۹. گزینه ۳

برخورد پرنده به قطار، سبب می‌شود قطار بر پرنده نیرو وارد کند و پرنده نیز بر قطار نیرو وارد می‌کند. بنابر قانون سوم نیوتون، این دو نیروی کنش و برهم‌کنش، هم‌اندازه‌اند.

۶۱۰. گزینه ۴

نیروی وزن از **زمین بر جسم** و واکنش آن از **جسم بر زمین** وارد می‌شود.

تذکر: اگر جسم روی میز ساکن باشد یا در هوا سقوط کند یا در شرایط خلأ در حال پرتاب به طرف بالا یا حرکت به طرف پایین و یا هر حالت دیگر باشد، واکنش نیروی وزن جسم، نیرویی است که از جسم بر زمین وارد می‌شود.

۶۱۱. گزینه ۳

نیروی وزن از **زمین بر جسم** اثر می‌کند و واکنش آن از **جسم بر زمین** وارد می‌شود.

۶۱۲. گزینه ۲

دقت کنید: ۱ نقطهٔ اثر نیروهای کنش و واکنش دو جسم متفاوتند.

۲ وقتی که جسمی با سرعت ثابت در حال حرکت باشد، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف نادرست؛ سرعت قایق ثابت است، پس نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

راستای افقی $F_{net}=۰\Rightarrow$ (نیروی پیشران) − (نیروی مقاومت) $=۰$

$\Rightarrow$ نیروی پیشران = نیروی مقاومت

ب نادرست؛ نقطهٔ اثر هر دو نیروی پیشران و مقاومت، بر کشتی است و این دو نیرو کنش و واکنش یکدیگر نیستند!

پ نادرست؛ نیروی شناوری و نیروی وزن هر دو بر کشتی وارد می‌شوند و عمل و عکس‌العمل یکدیگر نیستند.

ت درست؛ نیروی شناوری از طرف آب بر کشتی وارد می‌شود، بنابراین عکس‌العمل آن توسط کشتی بر آب وارد می‌شود.

۶۱۳. گزینه ۳

می‌دانیم نیروی وزن، نیرویی است که از **زمین بر جسم** وارد می‌شود و بنابر قانون سوم نیوتون، واکنش آن نیرویی است که از **جسم بر زمین** وارد می‌شود. چون نیروی وزن به دلیل جرم جسم و شتاب گرانش زمین است، با اعمال نیروهای دیگر مانند نیروی F، واکنش نیروی وزن تغییر نمی‌کند.

۶۱۴. گزینه ۴

بررسی سایر گزینه‌ها

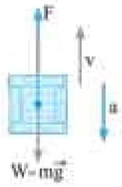
گزینه «۱» نادرست؛ زیرا هنگام حرکت در یک میدان، جهت سرعت اتومبیل در هر لحظه تغییر می‌کند و اگر چه اندازهٔ سرعت ثابت باشد، اتومبیل شتاب دارد. از این‌رو برایند نیروهای وارد بر آن صفر نیست.

گزینه «۲» نادرست؛ اگر جسمی ساکن باشد و ساکن بماند، برایند نیروهای خالص وارد بر آن صفر است. اما ممکن است جسم در یک لحظه ساکن باشد و بر آن نیرو وارد شود و تحت اثر نیرو، جسم به حرکت درآید. مانند هنگامی که دونده‌ای شروع به حرکت می‌کند یا مثلاً جسمی را که به طرف بالا پرتاب کرده‌ایم، در نقطهٔ اوج در یک لحظه به سرعت صفر می‌رسد، اما نیروی گرانش بر آن وارد می‌شود.

گزینه «۳» نادرست؛ زانوهایمان را خم می‌کنیم تا مدت زمان تغییر سرعت بدنمان را طولانی‌تر کنیم. بنابر رابطهٔ $F=m\frac{\Delta v}{\Delta t}$، چون بازهٔ زمانی رسیدن به زمین تا متوقف شدن افزایش می‌یابد، مقدار نیروی ما بر زمین (و نیروی زمین بر ما) کم‌تر می‌شود و به بدن ما آسیب کم‌تری می‌رسد. اگر زانوهایمان را خم نکنیم پاهایمان از شانه‌هایمان بیرون می‌زنند!!

(رو به پایین) بیشتر از نیروی F (رو به بالا) است. پس شتاب جسم به سمت نیروی بزرگ‌تر (وزن) یعنی به‌طرف پایین است.

گام دوم: از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و جهت رو به پایین (جهت شتاب یا نیروی بزرگ‌تر) را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم:



$$mg - F = ma \Rightarrow 50 - 40 = 5a$$
$$\Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

گام سوم: علامت شتاب مثبت و جهت آن رو به پایین و در خلاف جهت حرکت جسم است؛ بنابراین حرکت کندشونده است.

۶۸۱ گزینه ۴

گام اول: نیروی کشش طناب به طرف بالا و نیروی وزن به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. در حالت اول حرکت رو به بالا و تندشونده است. پس نیروی کشش طناب بیشتر از نیروی وزن جسم است. با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت کشش طناب را برحسب جرم جسم (m) به‌دست می‌آوریم:

$$T - mg = ma \Rightarrow T - 10m = 2m \Rightarrow T = 12m$$

گام دوم: در حالت دوم، نیروی کشش را به $2T$ می‌رسانیم و می‌توان نوشت:

$$T' - mg = ma' \xrightarrow{T'=2T} 2T - mg = ma'$$
$$\xrightarrow{T=12m} 2\times 12m - 10m = ma' \Rightarrow a' = 14\,m/s^2$$

گام سوم: چون تغییر شتاب مورد نظر است، آن را حساب می‌کنیم:

$$\Delta a = a' - a_1 = 14 - 2 = 12\,m/s^2$$

۶۸۲ گزینه ۱

گام اول: هنگامی که جسمی را به‌طرف بالا به حرکت درآوریم، شتاب جسم باید به‌طرف بالا باشد؛ یعنی نیروی ما (همان نیروی طناب) بر جسم نیز باید به‌طرف بالا اثر کند.

گام دوم: از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب جسم را به‌دست آوریم.

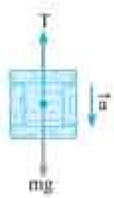
جهت رو به بالا (شتاب) را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم (نیروی کشش طناب را برابر $T = 48N$ در نظر می‌گیریم؛ یعنی حداکثر نیرویی که می‌توانیم طناب را با آن بکشیم تا پاره نشود):

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$
$$\xrightarrow[mg=40N]{T=48N} 48 - 40 = 4a \Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

اگر بخواهیم شتاب بیشتری به جسم بدهیم، به طناب نیروی بیشتری وارد می‌شود و پاره می‌شود.

۶۸۳ گزینه ۱

گام اول: در این سؤال جرم جسم $4kg$ و نیروی وزن وارد بر آن $W = mg = 40N$ است و حداکثر نیروی قابل تحمل طناب $32N$ است، بنابراین اگر بخواهیم آرام‌آرام و با سرعت ثابت جسم را پایین ببریم، نیروی کشش طناب باید ۴۰ نیوتون باشد که نمی‌تواند این نیرو را تحمل کند.



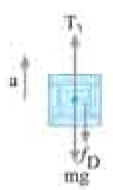
از این رو باید به جسم شتابی رو به پایین بدهیم تا بخشی از نیروی وزن به جسم شتاب بدهد و باقی‌ماندهٔ آن را نیروی طناب تحمل کند.

گام دوم: از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$
$$\Rightarrow 40 - 32 = 4a \Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

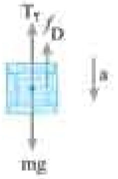
۶۸۴ گزینه ۴

گام اول: در حالت اول شتاب و حرکت رو به بالاست و مقاومت هوا به طرف پایین است. از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر ma قرار می‌دهیم (جهت رو به بالا را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم) و نیروی کشش طناب را حساب می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow T_1 - mg - f_D = ma$$
$$\Rightarrow T_1 - 50 - 10 = 5\times 2 \Rightarrow T_1 = 70N$$

گام دوم: در حالتی که جسم با شتاب $2m/s^2$ رو به پایین حرکت می‌کند، نیروی مقاومت هوا به طرف بالاست و باز هم از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و نیروی کشش طناب را حساب می‌کنیم: (جهت رو به پایین را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم)



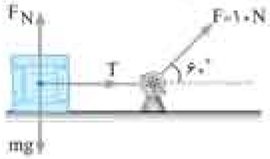
$$-T_2 - f_D + mg = ma \Rightarrow -T_2 - 10 + 50 = 5\times 2 \Rightarrow T_2 = 30N$$

گام سوم: اختلاف کشش طناب در این دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$T_1 - T_2 = 70 - 30 = 40N$$

۶۸۵ گزینه ۲

نیروهای وارد بر جسم را در شکل رسم کرده‌ایم. توجه کنید که نیروی کشش نخ وارد بر جسم (T) برابر با نیروی F یعنی $10N$ است؛ زیرا قرقرهٔ ثابت جهت نیرو را تغییر می‌دهد و در شرایطی که در این کتاب در نظر می‌گیریم، اندازهٔ نیروی نخ بعد از عبور از قرقره تغییر نمی‌کند. بنابراین از قانون دوم نیوتون در راستای افقی استفاده می‌کنیم و شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم:



$$\left.\begin{array}{l} T = F = 10N \\ F_{net} = ma \end{array}\right\} \Rightarrow 10 = 5a \Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

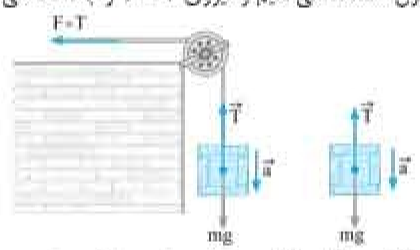
نکته: نیروی کشش طناب یا نخی که از یک قرقرهٔ ثابت عبور کرده باشد، در طول طناب یا نخ مقدار یکسانی است و قرقره فقط جهت نیرو را تغییر می‌دهد.

۶۸۶ گزینه ۱

گام اول: می‌دانیم که نیروی کشش طناب در طول آن یکسان است، پس نیرویی که طناب بر جسم وارد می‌کند، به‌طرف بالا و برابر نیروی F است.

گام دوم: همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید، دو نیرو (یکی mg و دیگری T) بر جسم اثر می‌کنند و چون جسم به‌طرف پایین شروع به حرکت کرده است، شتاب جسم به‌طرف پایین است.

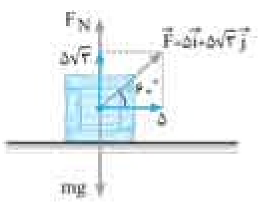
گام سوم: جهت شتاب (رو به پایین) را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم و از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و نیروی $F = T$ را به‌دست می‌آوریم:



$$mg - T = ma \Rightarrow 40 - T = 2\times 4 \Rightarrow T = 32N \Rightarrow F = 32N$$

۶۸۷ گزینه ۲

گام اول: برای محاسبهٔ شتاب جسم، باید از قانون دوم نیوتون یعنی $F_{net} = ma$ استفاده کنیم و چون شتاب جسم در راستای حرکت جسم (هم‌جهت یا خلاف جهت حرکت جسم) است، برای محاسبهٔ شتاب باید مؤلفهٔ نیروی موازی سطح از F را در قانون دوم نیوتون در نظر بگیریم.



گام دوم: از قانون دوم نیوتون در راستای موازی با سطح (موازی با حرکت) استفاده می‌کنیم و شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = F_x = 5\,N \Rightarrow F_{net} = ma$$
$$\Rightarrow 5 = 5a \Rightarrow a = 1\,m/s^2$$

۶۸۸ گزینه ۳

یادآوری: نیروی کشش طناب یا نخ که از یک قرقرهٔ ثابت عبور کرده باشد، در طول نخ مقدار یکسانی است.

۷۱۹. گزینه ۴

لَختی ویژگی از جسم و جرم است که تمایل به حفظ حرکت خود دارد.

۷۲۰. گزینه ۴

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نیروی گرانش از محیط‌های گوناگون و خلأ عبور می‌کند.

گزینه «۲»: هنگام سقوط جسم در هوا نیروی مقاومت هوا بر جسم به طرف بالا وارد می‌شود و سبب می‌شود که شتاب جسم کم‌تر از شتاب g باشد

$$mg - f_D = ma \Rightarrow a < g$$

گزینه «۳»: واکنش نیروی وزن (یعنی زمین بر جسم) نیرویی است که جسم بر زمین وارد می‌کند.

گزینه «۴»: بر جسمی که به طرف بالا پرتاب شده است، نیروهای وزن (mg) و مقاومت هوا (f_D) هر دو به طرف پایین وارد می‌شود:

$$mg + f_D = ma \Rightarrow a > g$$

۷۲۱. گزینه ۱

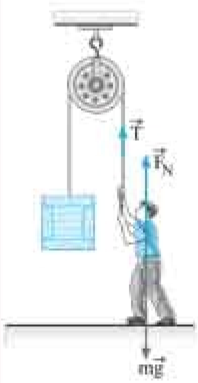
گام اول: بنابر قانون دوم نیوتون می‌توانیم برایند نیروهای $\vec F_1$ و $\vec F_2$ را برابر $m\vec a$ قرار دهیم:

$$\vec F_{net} = m\vec a \Rightarrow \vec F_1 + \vec F_2 = m\vec a$$

$$\Rightarrow (2\vec i - 4\vec j) + (10\vec i + 13\vec j) = 0/5\vec a \Rightarrow \vec a = 24\vec i - 18\vec j \ m/s^2$$

گام دوم: بزرگی شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم: $a = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 m/s^2$

۷۲۲. گزینه ۲



گام اول: اگر شخص نیروی $200N$ بر طناب به طرف پایین وارد کند، بنابر قانون سوم نیوتون طناب نیز بر شخص نیروی $200N$ به طرف بالا وارد می‌کند که آن را با T نشان داده‌ایم.

گام دوم: وزن شخص $mg = 850N$ و به‌طرف پایین می‌باشد. چون نیروی کشش طناب بر شخص کم‌تر از وزن او است، شخص روی زمین قرار دارد و بر زمین نیرو وارد می‌کند و نیروی عمودی زمین نیز بر شخص به‌طرف بالا اثر می‌کند.

گام سوم: شخص ساکن است، پس برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow T + F_N - mg = 0 \Rightarrow 200 + F_N - 850 = 0 \Rightarrow F_N = 650N$$

۷۲۳. گزینه ۲

نیرویی که شخص بر قایق وارد می‌کند به قایق شتاب می‌دهد. واکنش این نیرو از قایق بر شخص وارد می‌شود و شخص با شتاب $2m/s^2$ روی اسکله می‌پرد. بنابر قانون سوم نیوتون بزرگی این دو نیرو با یکدیگر برابر است:

$$\underset{(\text{قایق بر شخص})}{F_1} = \underset{(\text{شخص بر قایق})}{F_2}$$

و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت: $\xrightarrow{F=ma} m_1a_1 = m_2a_2$

$$\xrightarrow[m_2=120kg]{a_1=2m/s^2,\ m_1=60kg} 60 \times 2 = 120 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 1 m/s^2$$

۷۲۴. گزینه ۲

یادآوری: چگالی یک جسم توپر از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ و حجم مکعب از رابطهٔ $V = \ell^3$ به‌دست می‌آید. (ℓ ضلع مکعب است.)

گام اول: از معادلهٔ شتاب ثابت یعنی $a = \frac{v - v_0}{t}$، می‌توانیم شتاب جسم را به‌دست آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow[t=5s]{v=10m/s,\ v_0=0m/s} a = \frac{10-0}{5} = 2m/s^2$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون را به‌کار می‌گیریم و جرم جسم را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow[a=2m/s^2]{F_{net}=5N} m = \frac{5}{2} = 2/5kg$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ چگالی یک جسم می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[V=(0/1)^3=10^{-3}m^3]{m=2/5kg} \rho = \frac{2/5}{10^{-3}} = 2500 kg/m^3 \Rightarrow \rho = 2/5 g/cm^3$$

۷۲۵. گزینه ۲

گام اول: با استفاده از قانون دوم نیوتون و همچنین معادلهٔ شتاب ثابت $(\vec a = \frac{\Delta \vec v}{\Delta t})$ داریم:

$$F = ma \Rightarrow F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{F.\Delta t}{m} = \Delta v$$

$$\xrightarrow[m=15kg]{F=6N,\ \Delta t=10s} \frac{6 \times 10}{15} = \Delta v \Rightarrow \Delta v = 4m/s$$

گام دوم: حال سرعت جسم را پس از اعمال نیرو به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta v = v_2 - v_1 \xrightarrow[v_1=10m/s]{\Delta v=4m/s} 4 = v_2 - 10 \Rightarrow v_2 = 14m/s$$

۷۲۶. گزینه ۴

همواره دقت کنید که جهت شتاب آسانسور کدام سمت است. در این‌جا جهت شتاب مشخص نشده است پس می‌تواند به‌طرف بالا یا به‌طرف پایین باشد:

اگر شتاب رو به بالا باشد:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a) \Rightarrow F_N = 60(10+2) = 720N$$

اگر شتاب رو به پایین باشد:

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a) \Rightarrow F_N = 60(10-2) = 480N$$

بنابراین هم گزینه «۲» و هم گزینه «۳» می‌تواند درست باشد.

۷۲۷. گزینه ۴

گام اول: در حالت اول برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر $m\vec a$ قرار می‌دهیم:

$$\vec F_{net} = m\vec a \Rightarrow \vec F_1 + \vec F_2 = m\vec a \quad (1)$$

گام دوم: اگر $\vec F_1$ حذف شود داریم:

$$\vec F_2 = -m\vec a \quad (2)$$

گام سوم: از دو معادلهٔ (1) و (2) می‌توان نتیجه گرفت:

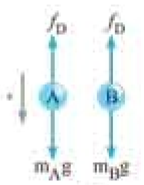
$$\vec F_1 - m\vec a = m\vec a \Rightarrow \vec F_1 = 2m\vec a \Rightarrow F_1 = 2F_2$$

گام چهارم: برایند دو نیروی F_1 و F_2 که بر هم عمود باشند را به‌دست می‌آوریم:

$$F'_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(2F_2)^2 + F_2^2} = \sqrt{5}F_2$$

$$\sqrt{5}F_2 = ma' \xrightarrow{F_2=ma} \sqrt{5}a = a' \Rightarrow \frac{a'}{a} = \sqrt{5}$$

۷۲۸. گزینه ۲



با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب هر یک از گلوله‌ها را به‌دست می‌آوریم (جهت پایین را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم):

$$\left.\begin{array}{l} m_Ag - f_D = m_Aa_A \Rightarrow a_A = g - \dfrac{f_D}{m_A} \\ m_Bg - f_D = m_Ba_B \Rightarrow a_B = g - \dfrac{f_D}{m_B} \end{array}\right\} \xrightarrow{m_A > m_B} a_A > a_B$$

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان، تندی برخورد دو گلوله با سطح زمین را مقایسه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow[a_A > a_B]{v_{0A}=v_{0B}=0m/s,\ \Delta y_A=\Delta y_B} \frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{a_A}{a_B} > 1$$

$$\Rightarrow v_A > v_B$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ مکان ـ زمان، زمان رسیدن دو گلوله به سطح زمین را مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{\Delta y_A=\Delta y_B} \frac{1}{2}a_At_A^2 = \frac{1}{2}a_Bt_B^2$$

$$\xrightarrow{a_A > a_B} (\frac{t_B}{t_A})^2 = \frac{a_A}{a_B} > 1 \Rightarrow t_B > t_A$$

۷۲۹. گزینه ۴

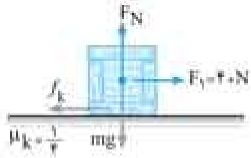
بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ رابطهٔ $f_s = \mu_s F_N$ فقط برای حالتی برقرار است که جسم در آستانهٔ حرکت باشد.

گام سوم: از رابطهٔ زمان توقف استفاده می‌کنیم:

$$t_s = \frac{-v_0}{a} \xrightarrow{a=-\mu_k g} t_s = \frac{-v_0}{-\mu_k g} \Rightarrow t_s = \frac{10}{0/2\times 10} = 5\,s$$

۷۵۹. گزینه ۴



مطابق شکل، با اعمال نیروی $40N$، جسم در جهت نیرو حرکت می‌کند. باید توجه کنیم که سرعت جسم زمانی کاهش می‌یابد که نیروی اصطکاک (f_k) وارد بر جسم، از نیروی F بیشتر باشد که در این حالت نیروی اصطکاک باعث کند شدن حرکت خواهد شد (نیروی خالص در این حالت در خلاف جهت حرکت جسم می‌شود). بنابراین برای این‌که سرعت متحرک کاهش نیابد، باید نیروی F حداقل برابر نیروی اصطکاک وارد بر جسم باشد.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و معادلات زیر را می‌نویسیم:

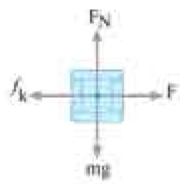
$$\begin{cases} F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg \\ F_2 = f_k \Rightarrow F_2 = \mu_k F_N = \mu_k mg = \frac{1}{4}\times 4\times 10 = 10\,N \end{cases}$$

گام دوم: نیروی $F_1 = 40\,N$ و نیروی $F_2 = 10\,N$ است. بنابراین مقدار تغییر نیرو به شرط عدم کاهش سرعت جسم برابر است با:

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 10 - 40 = -30\,N$$

۷۶۰. گزینه ۳

گام اول: شتاب جسم را در حالت اول حساب می‌کنیم. برای این کار از قانون دوم نیوتون و رابطهٔ نیروی اصطکاک لغزشی استفاده می‌کنیم:



$$F - f_k = ma \xrightarrow[F_N=mg]{f_k=\mu_k F_N} F - \mu_k mg = ma$$

$$30 - 0/2\times 100 = 10a \Rightarrow a = 1\,m/s^2$$

گام دوم: نیروی F را به ازای $a' = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}\,m/s^2$ حساب می‌کنیم:

$$F' - 0/2\times 100 = 10\times\frac{1}{2} \Rightarrow F' = 25$$

گام سوم: تغییر نیروی F را حساب می‌کنیم: $F' - F = 25 - 30 = -5N$

۷۶۱. گزینه ۴

تنها نیروی موثر بر ذره نیروی اصطکاک است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

روش ۱

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\xrightarrow{W_T = W_{f_k}} W_{f_k} = \frac{1}{2}\times 2000\times(0-100)$$

$$W_{f_k} = -1000\times 100 = -100000\,J$$

$$W_{f_k} = -f_k\times d \Rightarrow -100000 = -f_k\times 4 \Rightarrow f_k = 25000\,N$$

روش ۲

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2a\times 4$$

$$\Rightarrow a = -12/5\,m/s^2$$

$$0 - f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000\times 12/5 = 25000\,N$$

۷۶۲. گزینه ۱

روش ۱ گام اول: بنابر درسنامه شتاب اتومبیل برابر $a = -\mu_k g$ است و آن را حساب می‌کنیم: $a = -(0/2)\times 10 = -2\,m/s^2$

گام دوم: از رابطهٔ مسافت توقف استفاده می‌کنیم:

$$d_s = \frac{v_0^2}{2a} \xrightarrow{54\,km/h \div 3/6 = 15\,m/s} d_s = \frac{15^2}{2\times 2} \simeq 56\,m$$

روش ۲ می‌توان مستقیماً از رابطه $d_s = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$ مسافت توقف را حساب کرد.

۷۶۳. گزینه ۴

بنابر درسنامه می‌توان مسافت توقف را از رابطهٔ $d_s = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$ به‌دست آورد. در این سؤال نسبت مسافت‌های توقف را حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_{s_A}}{d_{s_B}} = \left(\frac{v_{0A}}{v_{0B}}\right)^2\times\left(\frac{\mu_B}{\mu_A}\right) \Rightarrow \frac{d_{s_A}}{d_{s_B}} = \frac{1}{1}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

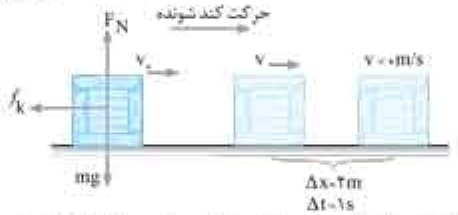
تذکر: همان‌طور که در درسنامه ذکر کردیم، جرم جسم در مقدار مسافت توقف و زمان توقف اثری ندارد.

۷۶۴. گزینه ۴

گام اول: از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان با معلوم بودن سرعت نهایی ($\Delta x = \frac{-1}{2}at^2 + vt$) استفاده می‌کنیم. در یک ثانیهٔ آخر حرکت، متحرک $2m$ را طی کرده و سرعت نهایی آن به صفر رسیده است. شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow[t=1s,\ v=0\,m/s]{\Delta x = 2m} 2 = -\frac{1}{2}\times a\times(1)^2 + 0$$

$$\Rightarrow a = -4\,m/s^2$$



گام دوم: با توجه به شکل و نیروهای وارد بر جسم، از قانون دوم نیوتون برای راستای حرکت و راستای عمود بر حرکت استفاده می‌کنیم و رابطهٔ شتاب با ضریب اصطکاک را به‌دست می‌آوریم. در راستای حرکت فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند، پس داریم:

$F_T = ma \Rightarrow$
در راستای حرکت: (۱) $-f_k = ma$
در راستای عمود بر حرکت: (۲) $F_N - mg = 0$

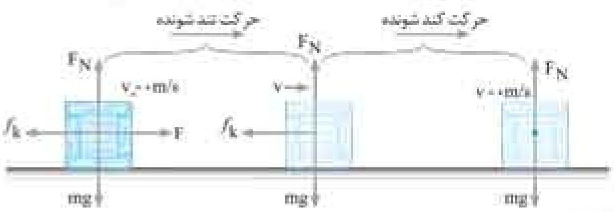
$$\xrightarrow[f_k=\mu_k F_N]{F_N=mg} -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

گام سوم: با قرار دادن $a = -4\,m/s^2$ در رابطهٔ بالا، ضریب اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم: $a = -\mu_k g \Rightarrow -4 = -\mu_k\times 10 \Rightarrow \mu_k = 0/4$

۷۶۵. گزینه ۲

دقت کنید که در این سؤال، جسم دو نوع حرکت دارد:

۱ حرکت تندشونده ۲ حرکت کندشونده. در حرکت تندشونده در راستای حرکت، نیروی F (محرک) و نیروی f_k (مقاوم) بر جسم اثر می‌کنند.



گام اول: از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان، شتاب جسم را در مرحلهٔ اول حرکت به‌دست می‌آوریم: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 0\,m/s} 9 = \frac{1}{2}a\times 3^2 + 0 \Rightarrow a = 2\,m/s^2$

گام دوم: از قانون دوم نیوتون برای راستای حرکت جسم استفاده می‌کنیم و نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$F - f_k = ma \xrightarrow[F=20N]{a=2\,m/s^2} 20 - f_k = 5\times 2 \Rightarrow f_k = 10N$$

گام سوم: در مرحلهٔ دوم، حرکت جسم کندشونده است و فقط نیروی $f_k = 10N$ در خلاف جهت حرکت، بر جسم اثر می‌کند. دوباره قانون دوم نیوتون را به‌کار می‌گیریم و شتاب این مرحله را به‌دست می‌آوریم:

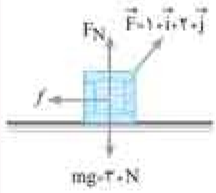
$$-f_k = ma' \Rightarrow -10 = 5a' \Rightarrow a' = -2\,m/s^2$$

۷۶۶. گزینه ۲

حرکت جسم پس از رها شدن کندشونده است. شتاب این حرکت را به‌دست می‌آوریم:

۷۷۶. گزینه ۳

گام اول: نیروی بیشینهٔ اصطکاک ایستایی را تعیین می‌کنیم. دقت کنید که مؤلفهٔ $20N$ از نیروی F در راستای قائم به طرف بالا و مؤلفهٔ $10N$ از نیروی F در راستای افقی به طرف راست بر جسم اثر می‌کنند.



$$\begin{cases} f_{s,max} = \mu_s F_N \\ F_N - mg + 20 = 0 \end{cases}$$

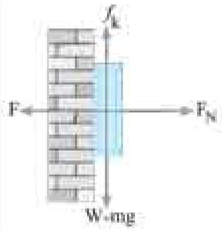
$$\Rightarrow f_{s,max} = \mu_s (mg - 20)$$
$$= 0/4(30-20) = 4N$$

گام دوم: چون مؤلفهٔ افقی F یعنی $10N$ بر جسم اثر می‌کند و بزرگتر از $f_{s,max}$ است؛ پس جسم در اثر این نیرو حرکت می‌کند و شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma \Rightarrow 10 - \underbrace{0/2}_{\mu_k}\underbrace{(30-20)}_{F_N} = 3a \Rightarrow a = \frac{8}{3} m/s^2$$

۷۷۷. گزینه ۲

هنگامی که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در شکل روبه‌رو نشان داده‌ایم. چون جسم به طرف پایین سُر می‌خورد، نیروی اصطکاک جنبشی به طرف بالاست. چون جسم را با نیروی F بر دیوار هُل می‌دهیم، نیروی عمودی F_N (واکنش عمودی دیوار) نیز بر جسم به طرف راست اثر می‌کند.

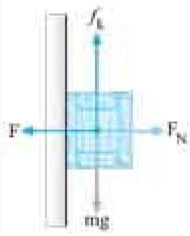
گام دوم: چون سرعت جسم ثابت است، برایند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است. پس برای راستای موازی سطح (قائم) و در راستای عمود بر آن (سطح افق) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{راستای قائم}: f_k - mg = 0 \\ \text{راستای افق}: F_N - F = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_k = mg \\ F_N = F \end{cases} \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \mu_k F_N = mg$$

$$\xrightarrow{F_N = F} \mu_k F = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{\mu_k} = \frac{2\times 10}{0/2} = 100N$$

۷۷۸. گزینه ۴

گام اول: چون جسم به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، نیروی f_k به طرف بالا و شتاب جسم رو به پایین است.

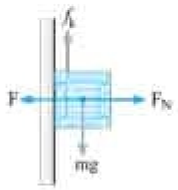


گام دوم: قانون دوم نیوتون را در راستای موازی حرکت (قائم) و راستای عمود بر حرکت (افق) می‌نویسیم:

$$\begin{cases} mg - f_k = ma \\ F_N - F = 0 \end{cases} \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} mg - \mu_k F_N = ma$$

$$\xrightarrow{F_N = F} 50 - 0/2 \times F = 5 \times 2 \Rightarrow F = 200N$$

۷۷۹. گزینه ۳



گام اول: جسم با شتاب رو به پایین $5m/s^2$ به سمت پایین در حال حرکت است. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی F را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

شتاب جسم در راستای افقی صفر است: $F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N = F$

جسم در راستای قائم در حال حرکت است: $F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma$

$$\Rightarrow mg - \mu_k F_N = ma$$

$$\xrightarrow[\mu_k = 0/5,\ a = 5m/s^2,\ F_N = F]{m = 3kg,\ g = 10m/s^2} 3\times 10 - 0/5F = 3\times 5 \Rightarrow F = 30N$$

گام دوم: در حالت دوم، برای اینکه حرکت جسم در راستای قائم یکنواخت باشد، باید نیروهای وارد بر جسم در این راستا متوازن باشند، یعنی برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر باشد.

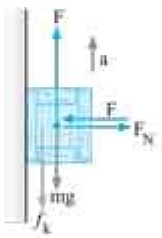
$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow mg - f'_k = 0$$

$$\xrightarrow[\mu_k = 0/5,\ m = 3kg,\ g = 10m/s^2]{F_N = F} 3\times 10 - 0/5 \times F' = 0$$

$$\Rightarrow F' = 60N \Rightarrow \Delta F = F' - F = 60 - 30 = 30N$$

بنابراین نیروی افقی F باید $30N$ افزایش یابد.

۷۸۰. گزینه ۲



با توجه به نیروهای وارد بر جسم و اینکه شتاب جسم به طرف بالاست می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F - (mg + f_k) = ma \\ F_N - F = 0 \end{cases}$$

از معادلهٔ دوم، F_N را در معادلهٔ اول جایگذاری می‌کنیم ($f_k = \mu_k F_N$):

$$F - (mg + \mu_k F) = ma$$

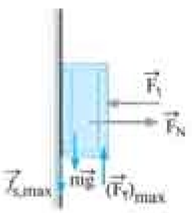
$$\xrightarrow[a = 2m/s^2,\ g = 10m/s^2]{m = 2kg,\ \mu_k = 0/4} F - (20 + 0/4F) = 4 \Rightarrow F = 40N$$

۷۸۱. گزینه ۱

بسته به اندازهٔ نیروی قائم $\vec{F}_2$، جسم می‌تواند در آستانهٔ حرکت به سمت پایین و یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_2$، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$
$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{min} + f_{s,max} = mg$$
$$\Rightarrow (F_2)_{min} + 30 = 4\times 10 \Rightarrow (F_2)_{min} = 10N$$



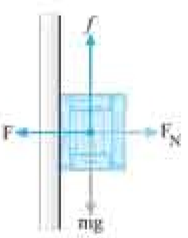
اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_2$، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$
$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{min} + f_{s,max} = mg$$
$$\Rightarrow (F_2)_{min} = 30 + 4\times 10 \Rightarrow (F_2)_{min} = 70N$$

بنابراین اختلاف اندازهٔ بیشترین و کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_2$ برای این‌که جسم در آستانهٔ حرکت باشد، برابر است با: $\Delta F_2 = 70 - 10 = 60N$

۷۸۲. گزینه ۳

گام اول: در حالتی که جسم در آستانهٔ حرکت است، در راستای موازی سطح (راستای قائم) و راستای عمود بر سطح (افقی) برایند نیروهای وارد برجسم صفر است.



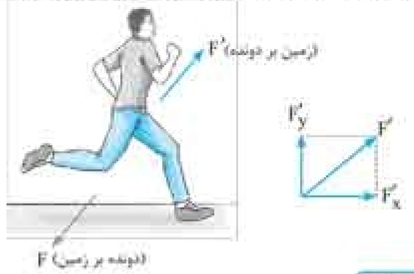
$$\begin{cases} mg - f_1 = 0 \Rightarrow f_1 = mg \\ F_1 - F_N = 0 \Rightarrow F_1 = F_N \end{cases}$$

$$f_1 = \mu_s F_N \Rightarrow mg = \mu_s F_1 \Rightarrow F_1 = \frac{mg}{\mu_s} \quad (1)$$

گام دوم: در حالتی که جسم با سرعت ثابت پایین می‌رود باز هم برایند نیروهای وارد بر جسم در هر دو راستای موازی حرکت و عمود بر حرکت صفر است.

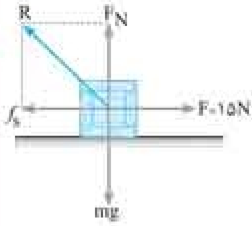
۸۲۰. گزینه ۴

مطابق شکل، نیروی دونده بر زمین (F) به طرف پایین چپ وارد می‌شود و زمین نیز بر دونده نیرویی به طرف بالا و راست (F′) وارد می‌کند. نیروی F′ را می‌توان به دو مؤلفهٔ F'_x و F'_y تجزیه کرد که F'_x سبب حرکت دونده می‌شود.



۸۲۱. گزینه ۱

گام اول: در این سؤال، جسم ساکن است. نیروی اصطکاک برابر نیروی محرک یعنی $F=15N$ است. همچنین اصطکاک از نوع ایستایی است. برای دو راستای موازی حرکت و عمود بر آن، برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم:



$$F_x=0 \Rightarrow F-f_s=0 \Rightarrow f_s=15N$$
$$F_y=0 \Rightarrow F_N-mg=0 \xrightarrow{m=2kg} F_N=20N$$

گام دوم: حال اندازهٔ نیروی سطح بر جسم را می‌توان از رابطهٔ $R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}$ به‌دست آورد:

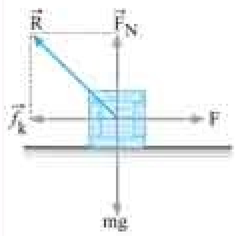
$$R=\sqrt{15^2+20^2}=25N$$

۸۲۲. گزینه ۳

گام اول: در حالت کلی بنابر آن‌چه مطرح شد، نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند شامل دو مؤلفه است؛ یکی نیروی عمودی سطح بر جسم و دیگری نیروی اصطکاک سطح بر جسم. برایند این دو مؤلفه، همان نیروی سطح بر جسم است.

تذکر: نیروی سطح بر جسم (R) را با نیروی **عمودی** سطح بر جسم (یعنی F_N) اشتباه نگیرید.

گام دوم: چون جسم با سرعت ثابت روی سطح حرکت می‌کند، برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای موازی با سطح (راستای حرکت) و عمود بر آن صفر است.

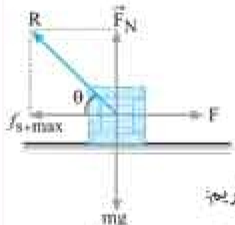


$$F_T=0 \Rightarrow \begin{cases} F_x=0 \Rightarrow F-f_k=0 \\ F_y=0 \Rightarrow F_N-mg=0 \end{cases}$$
$$\xrightarrow[mg=15N]{F=20N} \begin{cases} f_k=20N \\ F_N=15N \end{cases}$$

گام سوم: اندازهٔ نیروی سطح بر جسم را از رابطهٔ $R=\sqrt{F_N^2+f_k^2}$ به‌دست می‌آوریم:

$$R=\sqrt{15^2+20^2}=25N$$

۸۲۳. گزینه ۳



گام اول: نیروهای وارد بر جسم در شکل روبه‌رو نشان داده شده است. چون جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است و از رابطهٔ $f_{s,max}=\mu_s F_N$ به‌دست می‌آید.

گام دوم: با توجه به شکل، برای مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\cot\theta=\frac{f_{s,max}}{F_N}=\frac{\mu_s F_N}{F_N}=\mu_s$$

۸۲۴. گزینه ۱

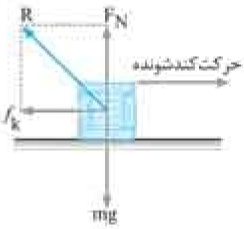
در حال حرکت کندشونده، بر جسم دو نیرو وارد می‌شود: ۱ نیروی وزن ۲ نیروی سطح بر جسم (R).

مؤلفهٔ R در راستای حرکت، نیروی اصطکاک جنبشی است، به طوری که به جسم شتاب می‌دهد و سبب توقف آن می‌شود.

گام اول: شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم: $a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{0-9}{3}=-3\,m/s^2$

گام دوم: اندازهٔ نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم: $f_k=ma=2\times -3=-6N$

گام سوم: برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای عمود بر حرکت جسم برابر صفر است.

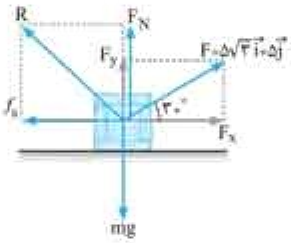


$$F_N-mg=0 \Rightarrow F_N=mg=2\times10=20N$$

نیروی سطح بر جسم را از رابطهٔ $R=\sqrt{f_k^2+F_N^2}$ حساب می‌کنیم:

$$R=\sqrt{6^2+20^2} \Rightarrow R=\sqrt{436}\,N$$

۸۲۵. گزینه ۴



گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

گام دوم: نیروی F در دو راستای موازی سطح و عمود بر سطح بر جسم اثر می‌کند. بنابراین $F_x=5\sqrt{3}N$ مؤلفهٔ موازی با سطح و $F_y=5N$ مؤلفهٔ عمود بر راستای سطح است.

گام سوم: چون جسم در حال سکون است، برایند نیروهای وارد بر جسم در راستاهای موازی حرکت و عمود بر آن صفر است:

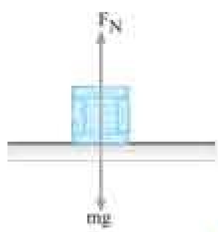
$$\begin{cases} 5\sqrt{3}-f_s=0 \Rightarrow f_s=5\sqrt{3}N \\ F_N+5-mg=0 \Rightarrow F_N=10-5=5N \end{cases}$$

گام چهارم: اندازهٔ نیروی سطح بر جسم را از رابطهٔ $R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}$ به‌دست می‌آوریم:

$$R=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+5^2}=10N$$

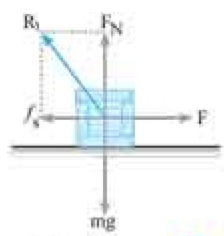
۸۲۶. گزینه ۴

با توجه به شکل‌های زیر، نیروی سطح بر جسم در آستانهٔ حرکت بیشترین مقدار است و پس از آن کاهش می‌یابد.



۱ جسم ساکن و نیروی $F=0N$ است.

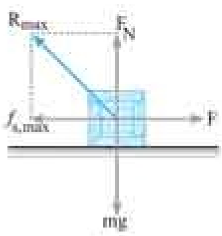
$f_s=0N \Rightarrow R=F_N$



۲ جسم ساکن است.

$f_s=F$

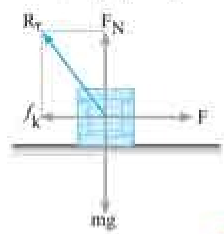
$R_1=\sqrt{f_s^2+F_N^2}$



۳ جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت است.

$F=f_{s,max}$

$R_{max}=\sqrt{f_{s,max}^2+F_N^2}$



۴ جسم در حال حرکت است.

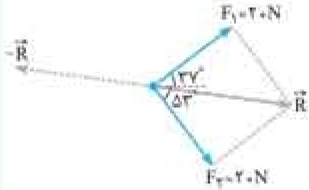
$f_k<f_{s,max}$

$R_2=\sqrt{f_k^2+F_N^2}$

۸۲۷. گزینه ۳

یادآوری: اندازهٔ نیروی سطح بر جسم در حالت کلی از رابطهٔ $R=\sqrt{F_N^2+f^2}$ به‌دست می‌آید. در این رابطه f نیروی اصطکاک (ایستایی یا جنبشی) سطح بر جسم است.

گام اول: برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ را $\vec{R}$ می‌نامیم.



نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ بر هم عمودند و نیروی برایند آن‌ها را از رابطهٔ $R=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}$ حساب کنیم:

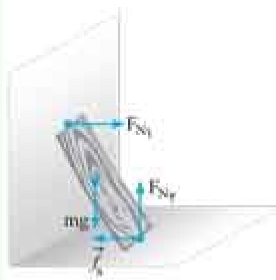
$$R=\sqrt{۲۰^۲+۲۰^۲}=۲۰\sqrt{۲}N$$

گام دوم: نیروی $\vec{F}_۳$ باید خلاف جهت $\vec{R}$ یعنی در جهت $-\vec{R}$ بر نقطهٔ O اثر کند تا برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ یعنی $\vec{R}$ را خنثی کند. پس اندازهٔ $F_۳$ برابر $۲۰\sqrt{۲}N$ است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰\Rightarrow \vec{F}_۱+\vec{F}_۲=-\vec{F}_۳\Rightarrow|\vec{F}_۳|=|\vec{F}_۱+\vec{F}_۲|=۲۰\sqrt{۲}\ N$$

۸۳۵. گزینه ۲

گام اول: نیروهای وارد بر تخته چوب را در شکل ملاحظه می‌کنید. چون تخته چوب ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.



گام دوم: در راستای قائم دو نیرو بر تخته چوب وارد می‌شود و برای این دو نیرو می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{N_۲}-mg=۰$$
$$\Rightarrow F_{N_۲}=۱۰\times۱۰=۱۰۰N$$

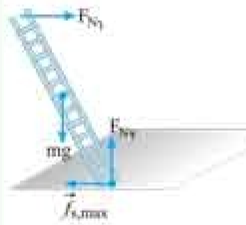
۸۳۶. گزینه ۱

گام اول: بر نردبان سه نیرو وارد می‌شود و این نیروها عبارتند از:

۱ نیروی عمودی دیوار بر نردبان $(F_{N_۱})$ ۲ نیروی وزن نردبان (mg)

۳ نیروهایی که سطح زمین بر نردبان وارد می‌کند که مولفه‌های این نیرو $F_{N_۲}$ و $f_{s,max}$ هستند. (نردبان در آستانهٔ لغزیدن است)

گام دوم: نردبان ساکن است، پس برایند نیروهای وارد بر آن در راستای افق و قائم برابر صفر است و داریم:



$$\begin{cases}F_{N_۱}-f_{s,max}=۰\\ F_{N_۲}-mg=۰\Rightarrow F_{N_۲}=mg\end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و استفاده از رابطهٔ اول داریم:

$$\xrightarrow{f_{s,max}=\mu_sF_{N_۲}}F_{N_۱}=\mu_smg$$
$$\Rightarrow F_{N_۱}=۰/۴\times۱۰\times۱۰=۴۰N$$

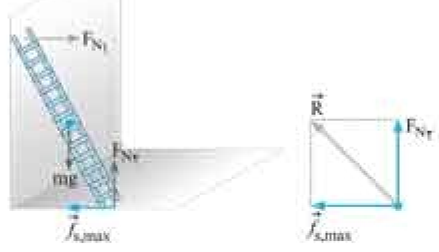
۸۳۷. گزینه ۴

گام اول: از این‌که نردبان ساکن است می‌توان نتیجه گرفت برایند نیروهای وارد بر آن در راستای افقی و عمودی برابر صفر است و با توجه به نیروهایی که در شکل نشان داده شده است، داریم:

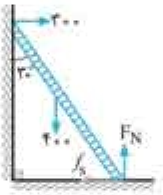
$$\begin{cases}mg-F_{N_۲}=۰\Rightarrow F_{N_۲}=۲۰\times۱۰=۲۰۰N\\ f_{s,max}-F_{N_۱}=۰,\ f_{s,max}=\mu_sF_{N_۲}=۰/۵\times۲۰۰=۱۰۰N\end{cases}$$

گام دوم: نیروی سطح زمین بر نردبان نیروی R است و در واقع $F_{N_۲}$ و $f_{s,max}$ مولفه‌های این نیرو در دو راستای افقی و عمودی هستند. پس برای محاسبهٔ R می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$R=\sqrt{f_{s,max}^۲+F_{N_۲}^۲}=\sqrt{۱۰۰^۲+۲۰۰^۲}=۱۰۰\sqrt{۵}N$$



۸۳۸. گزینه ۲



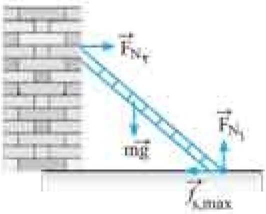
نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برایند F_N و f_s است که برابر است با: $R=\sqrt{F_N^۲+f_s^۲}$
از طرفی $F_N=۴۰۰N$ (برای خنثی کردن نیروی وزن) و $f_s=۳۰۰N$ (برابر $F_{دیوار}$) می‌شود، پس:

$$R=\sqrt{۳۰۰^۲+۴۰۰^۲}=۵۰۰N$$

۸۳۹. گزینه ۱

چون نردبان در آستانهٔ سُر خوردن (حرکت) است، بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است:

$$F_{net}=۰\Rightarrow\begin{cases}(F_{net})_y=۰\Rightarrow F_{N_۱}=mg=۲۰۰N\\ (F_{net})_x=۰\Rightarrow F_{N_۲}=f_{s,max}\quad *\end{cases}$$



اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max}=\mu_sF_{N_۱}=۰/۷۵\times۲۰۰=۱۵۰N$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{*}F_{N_۲}=f_{s,max}=۱۵۰N$$

از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{N_۱}$ و $\vec{f}_{s,max}$ بر نردبان وارد می‌شود، بنابراین:

$$R=\sqrt{F_{N_۱}^۲+f_{s,max}^۲}=\sqrt{۲۰۰^۲+۱۵۰^۲}=۲۵۰N$$

در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{N_۲}}{R}=\frac{۱۵۰}{۲۵۰}=\frac{۳}{۵}$$

۸۴۰. گزینه ۱

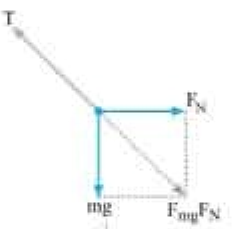
گام اول: نیروهایی که بر کره وارد می‌شوند عبارتند از:

۱ وزن کره $(W=mg=۲۰۰N)$ ۲ نیروی عمودی سطح بر کره $(F_N=۱۵۰N)$ ۳ نیروی کشش نخ (T).

گام دوم: چون نیروهای F_N و mg برهم عمودند، برایند این دو نیرو را با استفاده از رابطهٔ برایند دو نیروی عمود برهم به‌دست می‌آوریم:

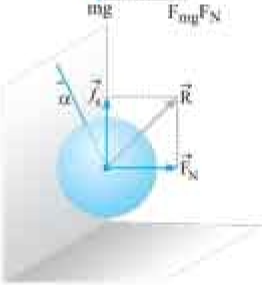
$$F_{(mg,F_N)}=\sqrt{۲۰۰^۲+۱۵۰^۲}=۲۵۰N$$

گام سوم: چون جسم در حال تعادل است، باید برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر باشد و بنابر آنچه در درسنامه ذکر شد باید برایند دو نیروی F_N و mg برابر بزرگی نیروی T و در خلاف جهت نیروی T باشد.



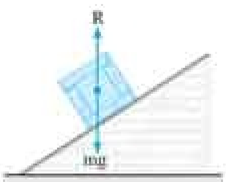
$$T=F_{(mg,F_N)}=T=۲۵۰N$$

۸۴۱. گزینه ۳



از سطح بر گلوله نیروی $\vec{R}$ وارد می‌شود و نیروهای عمودی سطح (F_N) و اصطکاک ایستایی (f_s) مؤلفه‌های این نیرو هستند. با توجه به جهت F_N و f_s می‌توان دریافت R در جهت تقریبی نشان داده شده است.

۸۴۲. گزینه ۱



بر جسم دو نیرو وارد می‌شود؛ یکی نیروی وزن $(\vec{W}=m\vec{g})$ و دیگری نیروی سطح بر جسم $(\vec{R})$؛ چون جسم در حال تعادل است، برایند این دو نیرو برابر صفر است.

$$\vec{R}-m\vec{g}=۰\Rightarrow R=mg$$

تذکر: نیروی سطح را با نیروی عمودی سطح اشتباه نکنید. نیروی عمودی سطح مؤلفهٔ نیروی سطح در راستای عمود بر سطح است.

۹۴۷. گزینه ۲

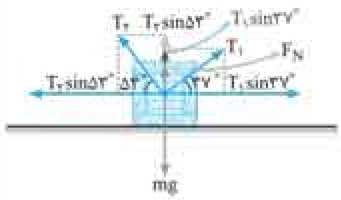
گام اول: ابتدا نیروی عمودی وارد بر جعبه را که از طرف آسانسور بر جعبه وارد می‌شود حساب می‌کنیم، چون شتاب رو به بالا است می‌توان نوشت:

$F_N = m(g+a) \Rightarrow F_N = 10(10+1) = 110N$

گام دوم: حداکثر F می‌تواند برابر $f_{s,max} = \mu_s F_N$ باشد تا جعبه روی کف حرکت نکند.

$f_{s,max} = 0/4 \times 110 = 44N$

۹۴۸. گزینه ۴



گام اول: مولفه‌های عمود بر سطح نیروی کشش نخ‌ها را حساب می‌کنیم.

$T_{y_1} = T_1\sin37° = 10\times0/6 = 6N$

$T_{y_2} = T_2\sin53° = 5\times0/8 = 4N$

گام دوم: برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای عمود بر سطح برابر صفر است زیرا در این راستا جسم شتاب ندارد.

$T_2\sin53° + T_1\sin37° + F_N - mg = 0$

$F_N = 20 - 6 - 4 = 10N$

۹۴۹. گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینه «۱»: نیروهای وارد بر جسم به جرم جسم بستگی ندارد.

گزینه «۲»: نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد می‌شوند و قابل برایندگیری نیستند.

گزینه «۴»: می‌دانیم اگر جسمی با شتاب ثابت یا متغیر حرکت کند برایند نیروهای وارد بر آن مخالف صفر است.

۹۵۰. گزینه ۳

گام اول: در حالت اول که نیروی F بر جسم شتاب a می‌دهد داریم:

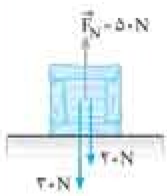
$F_{net} = ma$

گام دوم: اگر دو نیروی F با زاویهٔ $90°$ بر جسم اثر کنند، نیروی خالص حاصل از آن‌ها برابر است با: $F'_{net} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2}F$

گام سوم: با استفاده از قانون دوم نیوتون، حالت دوم و اول را مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{F'_{net}}{F_{net}} = \frac{m'}{m}\times\frac{a'}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}F}{F} = \frac{3m}{m}\times\frac{a'}{a} \Rightarrow a' = \frac{\sqrt{2}}{3}a$$

۹۵۱. گزینه ۳



با توجه به شکل، واکنش نیروی دست بر جسم، نیرویی است که جسم بر دست وارد می‌کند. چون جسم در حال تعادل است برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است:

$F_N - 20 - 30 = 0 \Rightarrow F_N = 50N$

۹۵۲. گزینه ۴

گام اول: با استفاده از قانون دوم نیوتون و اصل برهم نهی نیروها می‌توان نوشت:

$\vec F_1 + \vec F_2 = m\vec a \Rightarrow \vec F_1 + 3\vec i - 5\vec j = 4\times2\vec i \Rightarrow \vec F_1 = 5\vec i + 5\vec j$

گام دوم: بزرگی نیروی $\vec F_1$ را به‌دست می‌آوریم: $F_1 = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}N$

۹۵۳. گزینه ۴

در صورت سوال جهت حرکت به‌طرف غرب ذکر شده است اما اطلاعی دربارهٔ جهت شتاب داده نشده است از این رو جهت شتاب می‌تواند به طرف غرب یا به طرف شرق (خلاف جهت حرکت) باشد.

گام اول: اگر جهت شتاب به طرف غرب باشد، نیروی موتور و نیروی مقاوم به‌ترتیب در جهت غرب و در جهت شرق بر اتومبیل اثر می‌کنند و از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$F_{\text{موتور}} - f = ma$

$F_{\text{موتور}} = 500\times2 + f = 1000 + f$

یعنی نیروی موتور بیشتر از ۱۰۰۰ نیوتون است.

گام دوم: اگر اتومبیل در جهت غرب حرکت کند، اما شتاب اتومبیل در جهت شرق باشد، از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$-F - f = ma \xrightarrow{a=-2m/s^2} -F = -2\times500 + f$

(در این حالت نیروی موتور و نیروی مقاوم هر دو در جهت شرق هستند.)

$F = 1000 - f$

یعنی در این حالت نیروی موتور باید کم‌تر از $1000N$ باشد.

بنابراین **گزینه «۱»** درست نیست و **گزینه‌های «۲»** و **«۳»** می‌توانند درست باشند.

(دقت کنید که جهت غرب را مثبت در نظر گرفتیم.)

۹۵۴. گزینه ۲

واکنش نیرویی که شخص بر طناب وارد می‌کند شخص را به جلو می‌برد، پس نیروی طناب بر شخص شتاب می‌دهد:

$T = ma \Rightarrow 130 = (60+5)\times a \Rightarrow a = 2m/s^2$

۹۵۵. گزینه ۴

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینه «۱» نادرست است، زیرا برای اجسامی که در هوا سقوط می‌کنند بسته به شکل و جرم آن‌ها مقاومت هوا یکسان نیست.

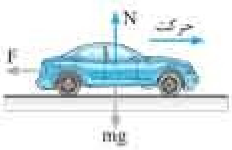
گزینه «۲» نادرست است، زیرا در حالتی که مقاومت هوا ناچیز باشد شتاب سقوط همهٔ اجسام یکسان است. $mg = ma \Rightarrow a = g$

گزینه «۳» نادرست است، می‌توان بر شاره نیروی زیادی وارد کرد و بیشتر از تندی حدی آن را به‌حرکت درآورد.

گزینه «۴» درست است، در لحظهٔ رها شدن جسم در هوا مقاومت وجود ندارد و نیروی وزن بر جسم شتاب g می‌دهد، به‌تدریج که سرعت جسم افزایش می‌یابد، مقاومت هوا هم زیاد می‌شود و شتاب جسم کاهش می‌یابد.

$mg - f_D = ma : f_D\uparrow \Rightarrow a\downarrow$

۹۵۶. گزینه ۳



گام اول: نیروهای وارد بر اتومبیل را رسم می‌کنیم. در راستای حرکت فقط نیروی ترمز (F) و در خلاف جهت حرکت بر اتومبیل وارد می‌شود.

گام دوم: از معادلهٔ مستقل از زمان یعنی $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ یا معادلهٔ مسافت توقف یعنی $\Delta x = \frac{-v_0^2}{2a}$ استفاده می‌کنیم و شتاب اتومبیل را به‌دست می‌آوریم:

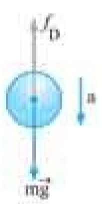
$$\Delta x = \frac{-v_0^2}{2a} \xrightarrow[v_0=72\div3/6=20m/s]{d=45-5=40m} 40 = \frac{-20^2}{2a} \Rightarrow a = -5m/s^2$$

گام سوم: از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و برایند نیروهای وارد بر جسم را در راستای حرکت به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow[m=800kg]{F_{net}=F} F = 800\times(-5) = -4000N$$

علامت منفی بیانگر این است که نیروی ترمز (F) مخالف جهت حرکت اتومبیل است.

۹۵۷. گزینه ۲



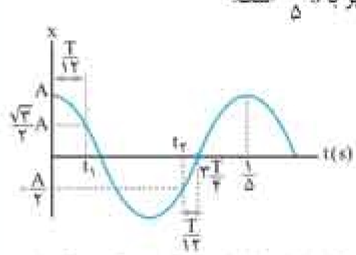
روش۱ **گام اول:** نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا بر جسم اثر می‌کنند، از رابطهٔ $F_{net} = ma$ استفاده می‌کنیم و شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم:

$mg - f_D = ma \Rightarrow 50 - 30 = 5a \Rightarrow a = 4m/s^2$

توجه کنید که این شتاب، شتاب متوسط است و فرض می‌کنیم جسم با این شتاب ثابت سقوط می‌کند.

۱۰۱۶. گزینه ۴

گام اول: طبق نمودار دورهٔ تناوب برابر با $\frac{1}{5}s$ است:



$\Rightarrow T=\frac{1}{5}s$

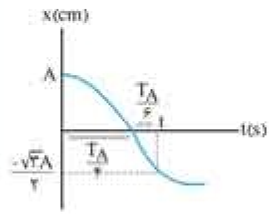
گام دوم: با استفاده از الگوهای زمانی، نمودار را مانند شکل فوق کامل می‌کنیم، با استفاده از این نمودار می‌توان نوشت:

$t_1=\frac{T}{12}$, $t_2=3\frac{T}{4}-\frac{T}{12}=\frac{8T}{12}=\frac{2T}{3}$

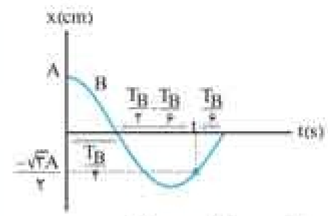
$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{2T}{3}-\frac{T}{12}=\frac{7T}{12}\xrightarrow{T=\frac{1}{5}s}\Delta t=7\times\frac{\frac{1}{5}}{12}=\frac{7}{60}s$$

۱۰۱۷. گزینه ۳

لحظهٔ تلاقی دو نمودار را t فرض کرده و از الگوهای زمانی ارائه‌شده در درسنامه استفاده می‌کنیم:



$t=\frac{T_A}{4}+\frac{T_A}{6}=\frac{5T_A}{12}$



$t=\frac{T_B}{4}+(\frac{T_B}{2}-\frac{T_B}{6})=\frac{7T_B}{12}$

حالا می‌توان نوشت: $t_A=t_B\Rightarrow\frac{5T_A}{12}=\frac{7T_B}{12}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{7}{5}$

۱۰۱۸. گزینه ۲

گام اول: با استفاده از زمان ۰/۵ ثانیهٔ مشخص‌شده روی نمودار که معادل یک دورهٔ نوسان کامل به‌علاوهٔ $\frac{1}{4}$ دورهٔ نوسان است، داریم:

$$0/5=T+\frac{T}{4}=\frac{5}{4}T\Rightarrow T=0/4s=\frac{2}{5}s$$

بنابراین با استفاده از رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$، بسامد زاویه‌ای حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{2}{5}}\Rightarrow\omega=5\pi\,rad/s$$

گام دوم: معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x=A\cos(\omega t)$ است، بنابراین با جای‌گذاری نقطهٔ $(0/05s,1m)$ در معادله داریم:

$$x=A\cos(\omega t)\Rightarrow x=A\cos(5\pi t)\xrightarrow[x=1m]{t=0/05s}$$

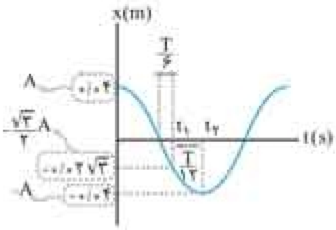
$$1=A\cos(5\pi\times0/05)\Rightarrow1=A\cos(\frac{\pi}{4})\Rightarrow A=\sqrt{2}m$$

در نتیجه معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده در SI به شکل زیر است:

$$x=\sqrt{2}\cos(5\pi t)$$

۱۰۱۹. گزینه ۱

گام اول: با استفاده از الگوهای زمانی ارائه شده نمودار زیر را رسم می‌کنیم. مشاهده می‌کنید $t_2-t_1=\frac{T}{12}$ می‌باشد:



$t_2-t_1=\frac{T}{12}$

$\xrightarrow{t_2-t_1=0/1s}0/1=\frac{T}{12}$

$\Rightarrow T=1/2\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}$

$\omega=\frac{2\pi}{1/2}=\frac{5\pi}{3}rad/s$

گام دوم: از روی نمودار مشخص است که $A=0/04m$ می‌باشد. به کمک معادلهٔ $x=A\cos\omega t$، معادلهٔ مکان ـ زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow[\omega=\frac{5\pi}{3}]{A=0/04m}x=0/04\cos(\frac{5\pi}{3}t)$$

۱۰۲۰. گزینه ۲

گام اول: برای به‌دست آوردن مکان نوسانگر در لحظهٔ خواسته‌شده، باید ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان آن را بنویسیم. حالت کلی معادلهٔ مکان ـ زمان به شکل $x=A\cos(\omega t)$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{T}{4}=\frac{1}{4}\Rightarrow T=1s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\,rad/s$$

تا اینجا معادله به‌صورت $x=A\cos(2\pi t)$ به دست آمد. با جای‌گذاری نقطهٔ مشخص شده روی نمودار در معادلهٔ مکان ـ زمان داریم:

$$x=A\cos(2\pi t)\xrightarrow[t=\frac{5}{6}s]{x=\frac{\sqrt{3}}{2}cm}\frac{\sqrt{3}}{2}=A\cos(2\pi\times\frac{5}{6})$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=A\times\frac{1}{2}\Rightarrow A=\sqrt{3}\,cm$$

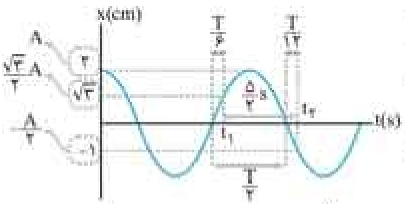
حال می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان را به‌راحتی بنویسیم: $x=\sqrt{3}\cos2\pi t$

گام دوم: با قرار دادن $t=\frac{7}{12}s$ درمعادلهٔ $x-t$ داریم:

$$t=\frac{7}{12}s\Rightarrow x=\sqrt{3}\cos(2\pi\times\frac{7}{12})=\sqrt{3}\times(\frac{-\sqrt{3}}{2})=-\frac{3}{2}cm$$

۱۰۲۱. گزینه ۱

گام اول: با استفاده از الگوهای زمانی ارائه شده در درسنامه، نمودار را مطابق شکل کامل می‌کنیم، در نتیجه برای بازهٔ زمانی مشخص شده می‌توان نوشت:



$$\Delta t=(\frac{T}{2}-\frac{T}{6})+\frac{T}{12}=\frac{5T}{12}\xrightarrow{\Delta t=\frac{5}{2}s}\frac{5}{2}=\frac{5T}{12}\Rightarrow T=6s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}rad/s$$

گام دوم: معادله مکان ـ زمان را از رابطهٔ $x=A\cos(\omega t)$ به دست می‌آوریم:

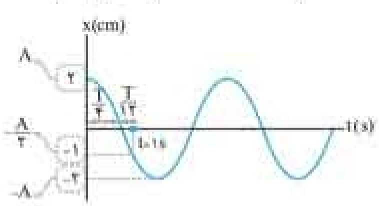
$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[\omega=\frac{\pi}{3}]{A=2cm}x=2\cos(\frac{\pi}{3}t)$$

$$\xrightarrow{t=1s}x=2\cos(\frac{\pi}{3}\times1)=1cm$$

۱۰۲۲. گزینه ۴

گام اول: با استفاده از الگوهای زمانی ارائه شده در درسنامه، بازه‌های زمانی را روی نمودار مشخص می‌کنیم:

$$t=\frac{T}{4}+\frac{T}{12}=\frac{T}{3}\xrightarrow{t=1s}1=\frac{T}{3}\Rightarrow T=3s$$



$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{3}\ rad/s$

گام دوم: با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، می‌توانیم مکان نوسانگر در لحظهٔ $t=\frac{21}{8}s$ را تعیین کنیم:

گام سوم: با ترکیب نتایج گام اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\log(\frac{r_2}{r_1}) = 0/7 = \log 5 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 5 \Rightarrow r_2 = 5r_1$$

گام چهارم: طبق اطلاعات تست می‌توان نوشت:

$$r_2 - r_1 = 36 \xrightarrow{r_2=5r_1} 5r_1 - r_1 = 36 \Rightarrow 4r_1 = 36 \Rightarrow r_1 = 9\,m$$

۱۴۴۴. گزینه ۲

گام اول: در حالتی که چشمهٔ صوت ساکن و شنونده متحرک است، فاصلهٔ جبهه‌های موج در دو سوی چشمه یکسان است و این یعنی حرکت شنونده روی طول موج دریافتی توسط شنونده تأثیری ندارد. $(\lambda_1 = \lambda_2)$

گام دوم: ناظری که به سمت چشمهٔ موج حرکت می‌کند و به آن نزدیک می‌شود، در مقایسه با ناظر ساکن، در مدت زمان یکسان، با جبهه‌های موج بیشتری مواجه می‌شود که این منجر به افزایش بسامد صوتی است که شنونده می‌شنود. $(f_1 > f_2)$

۱۴۴۵. گزینه ۲

طبق مطالب گفته شده در درسنامه، تکیه‌گاه نیرویی هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی تپ (فنر) وارد می‌کند؛ بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

۱۴۴۶. گزینه ۱

روش ۱ چون انتهای طناب ثابت است، موج به‌طور کامل نسبت به راستای افقی وارونه می‌شود؛ بنابراین گزینه‌های «۲» و «۴» نادرست هستند. از طرف دیگر، موج مثلثی زودتر از موج نیم‌دایره‌ای به مانع رسیده و بازتاب می‌شود. بنابراین در مسیر بازتاب نیز موج مثلثی جلوتر از موج نیم‌دایره‌ای است.

روش ۲ **گام اول:** قرینهٔ موج را نسبت به راستای عمود رسم می‌کنیم.

گام دوم: شکل موج رسم‌شده را نسبت به راستای افقی قرینه می‌کنیم.

۱۴۴۷. گزینه ۴

روش ۱ چون انتهای طناب ثابت است، موج نسبت به راستای افقی وارونه می‌شود؛ بنابراین گزینه‌های «۱» و «۳» نادرست هستند. از طرف دیگر، موج مثلثی زودتر از موج ذوزنقه‌ای به مانع رسیده و بازتاب می‌شود؛ بنابراین در مسیر بازتاب نیز موج مثلثی باید جلوتر از موج ذوزنقه‌ای باشد.

روش ۲ قرینهٔ شکل موج را نسبت به مانع تخت مطابق شکل رسم می‌کنیم. حال شکل موج رسم شده را نسبت به راستای افقی (راستای طناب) قرینه می‌کنیم تا موج بازتاب از انتهای بسته به‌دست آید.

۱۴۴۸. گزینه ۱

با توجه به درسنامه که شکل ریسمان را در لحظات مختلف برخورد و بازتاب تپ نشان می‌دهد، در لحظه‌ای که آخرین جزء تپ با دیوار برخورد می‌کند، یعنی تمام تپ با دیوار برخورد کرده است و تمام آن نیز بازتاب شده است؛ بنابراین گزینه «۱» درست است.

۱۴۴۹. گزینه ۲

گام اول: در ابتدا سرعت انتشار موج در طول طناب را با استفاده از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{FL}{m}}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}F=32\,N\\ L=80\,cm=0/8\,m\\ m=100\,g=0/1\,kg\end{array}\right\}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{FL}{m}}=\sqrt{\frac{32\times 0/8}{0/1}}=16\,m/s$$

گام دوم: تپ در یک بار رفت و برگشت باید دو بار طول طناب را طی کند؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x = vt \xrightarrow[v=16\,m/s]{x=2L_{\text{طناب}}} 2L_{\text{طناب}} = vt \Rightarrow 2\times 0/8 = 16\times t \Rightarrow t = 0/1\,s$$

۱۴۵۰. گزینه ۱

بنابر قانون بازتاب عمومی، برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج مانند امواج تخت، دایره‌ای یا کروی، همواره زاویهٔ بازتابش برابر با زاویهٔ تابش است؛ یعنی $\theta_i = \theta_r$؛ بنابراین داریم: $\theta_A = \theta_B = \theta_C$

۱۴۵۱. گزینه ۴

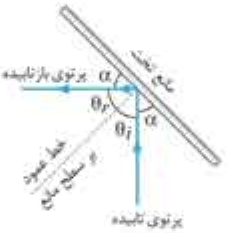
در بازتاب موج از یک مانع، چون جهت جبههٔ موج تابیده با جهت جبههٔ موج بازتابیده متفاوت است، سرعت موج بازتابیده با سرعت موج فرودی متفاوت است. (از فصل اول به یاد دارید که سرعت کمیتی برداری است.)

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینه «۱» نادرست؛ بسامد از ویژگی‌های ذاتی چشمهٔ موج است و در اثر بازتاب تغییری در آن به‌وجود نمی‌آید. گزینه «۲» نادرست؛ در بازتاب، محیط انتشار موج تغییر نمی‌کند، بنابراین طول‌موج امواج بازتابیده با طول‌موج امواج تابیده برابر است. گزینه «۳» نادرست؛ تندی، اندازهٔ سرعت است. از آن‌جایی که محیط انتشار موج تغییر نکرده، تندی انتشار موج ثابت است.

۱۴۵۲. گزینه ۳

یادآوری: بنابر قانون بازتاب عمومی، برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج، همواره زاویهٔ بازتابش برابر زاویهٔ تابش است؛ یعنی: $\theta_i = \theta_r$



در این سؤال، زاویهٔ پرتوی تابش یک موج تخت با سطح مانع داده شده است $(\alpha = 30^\circ)$؛ بنابراین داریم:

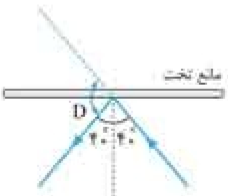
$$\theta_i = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم: $\theta_r = \theta_i = 60^\circ$

۱۴۵۳. گزینه ۳

یادآوری: زاویهٔ انحراف پرتوی موج برابر $180^\circ - 2\theta$ است $(\theta = \theta_i = \theta_r)$.

بنابراین مطابق شکل داریم:

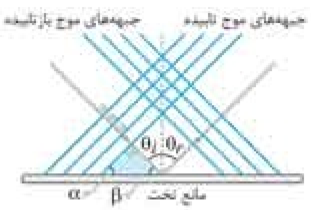


$$D = 180^\circ - 2\theta = 180^\circ - 2\times(40^\circ) = 100^\circ$$

۱۴۵۴. گزینه ۱

نکته: زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابیده با سطح مانع تخت می‌سازند، برابر زاویهٔ تابش پرتوی موج است.

برای اثبات این نکته به شکل زیر توجه کنید؛ اگر α زاویهٔ جبهه‌های موج تابیده با سطح مانع باشد، در مثلث هاشورخورده داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=90^\circ\\ \beta=90^\circ-\theta_i\end{array}\right\}\Rightarrow \alpha+90^\circ-\theta_i=90^\circ\Rightarrow \alpha=\theta_i$$

در این سؤال، $\alpha = 30^\circ$ است؛ بنابراین $\theta_i = \alpha = 30^\circ$ و بنابر قانون بازتاب عمومی $\theta_i = \theta_r = 30^\circ$ است.

۱۴۵۵. گزینه ۳

روش ۱ زاویهٔ بین جبهه‌های موج بازتابیده با سطح مانع $\alpha = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ است.

بنابراین با نوشتن رابطهٔ بین زوایای داخلی برای مثلث هاشورخورده داریم:

$$\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 50^\circ} \beta = 40^\circ$$

بنابراین $\theta_i = \theta_r = 90^\circ - \beta = 50^\circ$ است.

روش ۲ زاویه‌ای که جبهه‌های موج بازتابیده (یا تابیده) با سطح مانع تخت می‌سازند، برابر با زاویهٔ بازتابش است.

بنابراین داریم: $\theta_i = \theta_r = \alpha = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

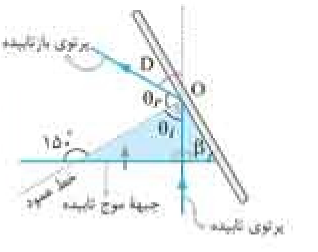
۱۴۵۶. گزینه ۳

گام اول: در مثلث هاشورخورده داریم: $\beta + 90^\circ = 150^\circ \Rightarrow \beta = 60^\circ$

> **یادآوری:** زاویهٔ انحراف پرتوی تابش پس از بازتاب برابر $180^\circ - 2\theta$ است که $\theta = \theta_i = \theta_r$ است.

β همان زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج تابیده با سطح مانع تخت است؛ بنابراین این زاویه برابر زاویهٔ تابش است.

$$\beta = \theta_i = \theta_r = 60^\circ$$

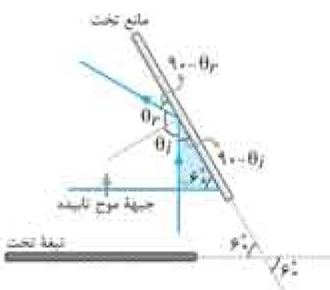


گام دوم: حال به‌سادگی زاویهٔ انحراف پرتوی موج را به‌دست می‌آوریم:

$$D = 180^\circ - 2\theta_i$$
$$= 180^\circ - 2 \times (60^\circ) = 60^\circ$$

۱۴۵۷. گزینه ۴

گام اول: تیغهٔ تخت، جبهه‌های موجی موازی خود ایجاد می‌کند. بنابراین زاویهٔ برخورد جبهه‌های تابیده با سطح مانع طبق ویژگی خطوط موازی و مورب، 60° است.



گام دوم: پرتوی موج تابیده را مطابق شکل، عمود بر جبههٔ موج تابیده رسم می‌کنیم و در مثلث هاشورخورده، رابطهٔ زوایای داخلی را می‌نویسیم:

$$60^\circ + (90^\circ - \theta_i) + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta_i = 60^\circ = \theta_r$$

گام سوم: زاویهٔ پرتوی موج بازتابیده با سطح مانع برابر با $90^\circ - \theta_r = 30^\circ$ است.

۱۴۵۸. گزینه ۲

همان‌طور که در درسنامه گفته شد، زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده با هم می‌سازند برابر با $\beta = 2\theta_i$ یا $\alpha = 180 - 2\theta_i$ می‌باشد. در این تست $\theta_i = 60^\circ$ است؛ در نتیجه $\beta = 120^\circ$ و $\alpha = 60^\circ$ است. در بین گزینه‌ها فقط $\alpha = 60^\circ$ وجود دارد که پاسخ درست مسأله است.

۱۴۵۹. گزینه ۴

همان‌طورکه در درسنامه گفته شد، اگر زاویهٔ تابش را θ در نظر بگیریم، زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده با جبهه‌های موج بازتابیده 2θ یا $180 - 2\theta$ است.

بنابراین داریم:

۱) $2\theta = 80^\circ \Rightarrow \theta = 40^\circ$

۲) $180^\circ - 2\theta = 80^\circ \Rightarrow \theta = 50^\circ$

بنابراین بسته به شرایط هر یک از **گزینه‌های «۱» و «۲»** می‌توانند درست باشند.

۱۴۶۰. گزینه ۲

طبق نکتهٔ گفته‌شده در درسنامه زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده با جبهه‌های موج بازتابیده یعنی 2θ برابر 70° داده شده است؛ بنابراین داریم:

$$2\theta = 70^\circ \Rightarrow \theta = 35^\circ \Rightarrow \theta_i = \theta_r = \theta = 35^\circ$$

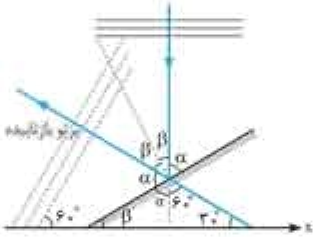
۱۴۶۱. گزینه ۱

ابتدا نمودار پرتویی را برای این موج رسم می‌کنیم، می‌دانیم که:

$90^\circ - \hat{\alpha} =$ زاویهٔ بین پرتو بازتابیده با محور x

$60^\circ =$ زاویهٔ بین امتداد جبهه‌های موج بازتابیده با محور x

طبق قانون بازتاب عمومی $\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_r$ است.

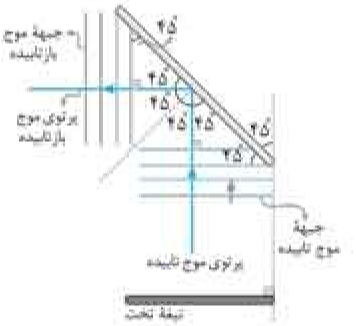


پس با توجه به شکل $\hat{\alpha} = 60^\circ$ خواهد شد؛ در نتیجه $\hat{\beta} = 30^\circ$ است.

مطابق شکل چون امتداد جبهه‌های موج بازتابیده با محور x زاویهٔ 60° می‌سازد، بنابراین امتداد پرتو بازتابش با محور x زاویهٔ 30° خواهد ساخت. از طرفی با توجه به این اگر اضلاع و یا امتداد دو زاویه بر هم عمود باشد، این دو زاویه با هم برابر است، می‌توان نتیجه گرفت زاویهٔ تابش و بازتابش این موج به سطح آینه برابر با $\hat{\beta}$ است. با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است، داریم: $2\hat{\beta} = 60^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 30^\circ$

۱۴۶۲. گزینه ۲

گام اول: تیغهٔ تخت، جبههٔ موج تابیده‌ای مطابق شکل ایجاد می‌کند. این جبهه‌ها با زاویهٔ 45° به مانع برخورد می‌کنند. برای به‌دست آوردن جبهه‌های موج بازتابیده، پرتوی موج تابش را عمود بر جبهه‌های موج تابیده رسم کرده و زوایای تابش و بازتابش را تعیین می‌کنیم.



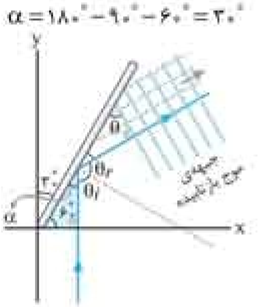
$45^\circ =$ زاویهٔ برخورد جبههٔ موج تابیده با مانع $= \theta_i = \theta_r$

گام دوم: پرتوی موج بازتابش را با زاویهٔ بازتابش 45° رسم کرده و جبهه‌های موج بازتابیده را عمود بر آن مطابق شکل رسم می‌کنیم. (توجه کنید که زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج بازتابیده با مانع برابر زاویهٔ تابش است.)

۱۴۶۳. گزینه ۴

گام اول: در ابتدا مطابق شکل پرتوی موج تابیده و بازتابیده را رسم کرده و در مثلث هاشورخورده، زاویهٔ برخورد پرتوی موج با سطح مانع را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$



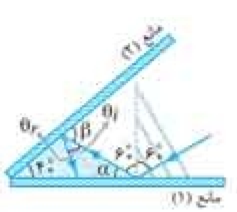
بنابراین $\theta_i = \theta_r = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است.

گام دوم: جبهه‌های موج بازتابیده را عمود بر پرتوی موج بازتابیده رسم می‌کنیم. زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج بازتابیده با سطح مانع برابر است با:

$$(90^\circ - \theta_r) + 90^\circ + \theta = 180^\circ$$
$$\xrightarrow{\theta_r = 60^\circ} 30^\circ + \theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۱۴۶۴. گزینه ۱

گام اول: زاویهٔ تابش در برخورد پرتوی تابش با مانع (۱) برابر 60° است. از آن‌جایی که طبق قانون بازتاب عمومی $\theta_i = \theta_r = 60^\circ$ است، زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم:



$$\alpha = 90^\circ - \theta_r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

گام دوم: در مدت ۴s، صدای شلیک گلوله مسیر نشان داده شده در شکل را می‌پیماید؛ بنابراین داریم:
$\ell = ۴۹۵+۴۹۵+۲۱۰+۱۲۰=۱۳۲۰\,m$

گام سوم: با استفاده از معادلهٔ $s=\frac{\ell}{\Delta t}$ تندی صوت در هوای محیط را محاسبه می‌کنیم:

$$s=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۴s]{\ell=۱۳۲۰m} s=\frac{۱۳۲۰}{۴}=۳۳۰\,m/s$$

۱۴۸۴. گزینه ۲

اولین صدایی که دزد می‌شنود، صدای شلیک است و دومین صدا، پژواک صدای شلیک است.

گام اول: باید توجه داشت در مدتی که گلوله شلیک می‌شود، تا زمان رسیدن صدای شلیک به دزد، او با ماشین به‌اندازهٔ Δx پیشروی می‌کند؛

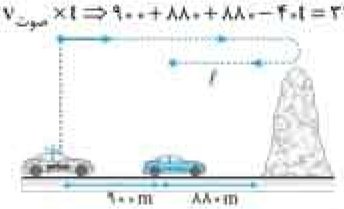
$$۹۰۰+\Delta x = v_{\text{صوت}}t \Rightarrow ۹۰۰+v_{\text{اتومبیل دزد}}t = v_{\text{صوت}}t$$

$$۹۰۰+۴۰t=۳۴۰t \Rightarrow ۳۰۰t=۹۰۰ \Rightarrow t=۳s$$

بنابراین دزد اولین صدا را در $t=۳s$ می‌شنود.

گام دوم: دومین صدا، صدای پژواک شلیک است. اتومبیل دزد در این مدت، $\Delta x = v_{\text{اتومبیل}} \times t$ را می‌پیماید و مسیر پیموده شده توسط صوت نیز در شکل مشخص شده است؛ بنابراین داریم:

$$\ell - \Delta x_{\text{اتومبیل}} = v_{\text{صوت}} \times t \Rightarrow ۹۰۰+۸۸۰+۸۸۰-۴۰t=۳۴۰t \Rightarrow t=۷s$$



۱۴۸۵. گزینه ۲

در بازتاب آینه‌ای از یک آینهٔ تخت، بازتابش یک دسته پرتوی موازی را فقط در یک جهت می‌توانید ببینید ولی در بازتاب پخشنده، بازتابش این دسته پرتو را در جهت‌های مختلف می‌توان مشاهده کرد؛ بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

۱۴۸۶. گزینه ۲

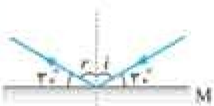
گام اول: با توجه به شکل داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=۹۰^\circ+i\\ \alpha=۱۰i\end{array}\right\}\Rightarrow ۹۰^\circ+i=۱۰i \Rightarrow ۹i=۹۰ \Rightarrow i=۱۰^\circ$$

گام دوم: در بازتابش پرتو از یک سطح، زاویهٔ تابش و بازتابش با یکدیگر برابر هستند؛ بنابراین:
$r=i=۱۰^\circ$

۱۴۸۷. گزینه ۳

سؤال زاویهٔ بین پرتوی تابش و بازتابش $(i+r)$ را خواسته، بنابراین ابتدا زاویهٔ تابش را مطابق شکل محاسبه می‌کنیم:



$$i=۹۰^\circ-۳۰^\circ=۶۰^\circ$$

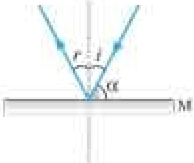
و با توجه به این‌که $i=r=۶۰^\circ$ است، داریم:

$$r+i=۱۲۰^\circ$$

۱۴۸۸. گزینه ۳

گام اول: در صورت سؤال گفته شده که $i+r=۴\alpha$، با توجه به شکل داریم:
$i+r=۴(۹۰^\circ-i)$

گام دوم: با توجه به این‌که $i=r$ است، داریم:



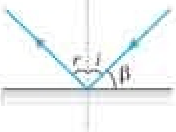
$$i+r=۴(۹۰^\circ-i)\xrightarrow{i=r} i+i=۴(۹۰^\circ-i)$$

$$\Rightarrow ۲i=۳۶۰^\circ-۴i \Rightarrow ۶i=۳۶۰^\circ \Rightarrow i=۶۰^\circ$$

بنابراین زاویهٔ تابش ۶۰° است.

۱۴۸۹. گزینه ۱

گام اول: زاویهٔ بین پرتوی تابش و بازتابش $\frac{۱}{۴}$ زاویهٔ بین پرتوی تابش و سطح آینه است؛ بنابراین مطابق شکل داریم:



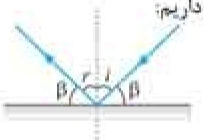
$$i+r=\frac{۱}{۴}\beta \xrightarrow{\beta=۹۰^\circ-i} i+r=\frac{۱}{۴}(۹۰^\circ-i)$$

گام دوم: با توجه به این‌که طبق قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش و بازتابش در آینهٔ تخت با یکدیگر برابر هستند $(i=r)$، داریم:

$$i+i=\frac{۱}{۴}(۹۰^\circ-i)\Rightarrow ۸i=۹۰^\circ-i \Rightarrow ۹i=۹۰^\circ \Rightarrow i=۱۰^\circ$$

۱۴۹۰. گزینه ۳

طبق قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است؛ بنابراین با به‌کار بردن این ویژگی و در نظر گرفتن صورت سؤال (زاویهٔ پرتوی تابش با سطح آینه = زاویهٔ بین پرتوی تابش با پرتوی بازتابش) داریم:



$$\beta=i+r \Rightarrow ۹۰^\circ-i=i+r$$

$$\xrightarrow{i=r} ۹۰^\circ-i=i+i$$

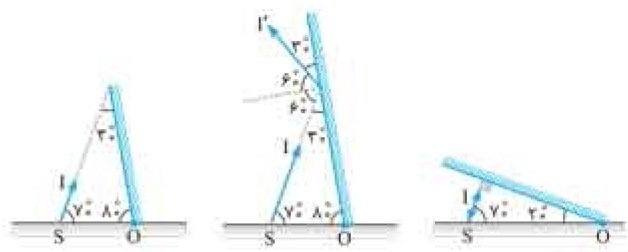
$$\Rightarrow ۳i=۹۰^\circ \Rightarrow i=۳۰^\circ$$

۱۴۹۱. گزینه ۱

همان‌طور که در درسنامه گفتیم، آینهٔ تخت تأثیری بر همگرایی و واگرایی پرتوهای تابیده شده بر آن ندارد؛ بنابراین پرتوهای بازتابش از این آینه نیز همگرا خواهند بود.

۱۴۹۲. گزینه ۴

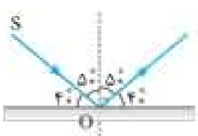
روش ۱ برای این‌که پرتو تابش روی خودش برگردد، باید عمود بر سطح آینه بر آن بتابد، بنابراین زاویهٔ برخورد بر سطح آینه در حالت اول که $۱۸۰^\circ-۷۰^\circ-۸۰^\circ=۳۰^\circ$ است، باید تبدیل به ۹۰° شود. یعنی آینه باید حول نقطهٔ O، ۶۰° پادساعتگرد دوران کند تا مطابق شکل، پرتو روی خودش بازگردد.



روش ۲ همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، برای این‌که پرتوی بازتاب بر پرتوی تابش منطبق شود، باید پرتوی بازتاب ۱۲۰° پادساعتگرد دوران کند؛ لازمهٔ این دوران، دوران ۶۰° پادساعتگرد آینه حول نقطهٔ O است.

۱۴۹۳. گزینه ۳

گام اول: در حالت اول زاویهٔ بازتابش $۹۰^\circ-۴۰^\circ=۵۰^\circ$ است.



گام دوم: اگر با ثابت ماندن پرتوی تابش، آینه ۱۰° درجه ساعتگرد دوران کند، خط قائم نیز به همراه آینه، ۱۰° ساعتگرد دوران می‌کند؛ بنابراین زاویهٔ تابش، ۱۰° بزرگ‌تر می‌شود و داریم:

$$\text{زاویهٔ تابش}=۵۰^\circ+۱۰^\circ=۶۰^\circ \xrightarrow[\theta_i=\theta_r]{\text{قانون بازتاب عمومی}} \text{زاویهٔ بازتابش}=۶۰^\circ$$

گام دوم: رابطهٔ زوایای داخلی مثلث OII' را می‌نویسیم:

$\alpha+\theta+\gamma=180^\circ \Rightarrow \alpha=180^\circ-(\theta+\gamma)$

گام سوم: با استفاده از نتایج گرفته‌شده در گام‌های اول و دوم داریم:

$$\frac{\beta}{\alpha}=\frac{360^\circ-2(\theta+\gamma)}{180^\circ-(\theta+\gamma)}=2$$

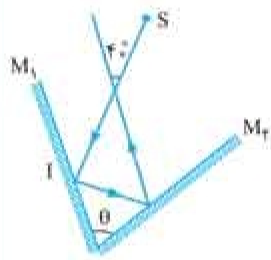
روش ۲ طبق مطلب گفته‌شده در درسنامه، در اینگونه مسائل که زاویهٔ بین دو آینه α (کوچک‌تر از 90°) است، مقدار زاویهٔ انحراف پرتوی ورودی با خروجی برابر است با: زاویهٔ انحراف $\beta=2\alpha$

۱۵۰۵. گزینه ۳

طبق شکل زاویهٔ انحراف پرتوی خروجی نسبت به پرتوی ورودی برابر با $\beta=100^\circ$ است. همچنین می‌دانیم وقتی زاویهٔ بین دو آینهٔ تخت (α) بزرگ‌تر از 90° است، زاویهٔ انحراف از رابطهٔ $\beta=2(180-\alpha)$ به‌دست می‌آید:

$\beta=2(180-\alpha)\xrightarrow{\beta=100^\circ}100=2(180-\alpha)\Rightarrow\alpha=130^\circ$

۱۵۰۶. گزینه ۳



گام اول: مطابق آن‌چه در درسنامه آمده است، وقتی زاویهٔ بین دو آینه کوچک‌تر از 90° باشد، زاویهٔ انحراف پرتوی ورودی به مجموعهٔ دو آینه و پرتوی خروجی از مجموعهٔ دو آینه، دو برابر زاویهٔ بین دو آینه است؛ $D=2\theta$.

گام دوم: باید توجه داشت که برای محاسبهٔ زاویهٔ انحراف، دو پرتوی ورودی و خروجی باید از یک نقطه رسم شوند؛ بنابراین داریم:

$D=2\theta=180^\circ-40^\circ=140^\circ\Rightarrow\theta=70^\circ$

۱۵۰۷. گزینه ۴

زاویهٔ β، زاویهٔ انحراف پرتوهای ورودی و خروجی در دو آینهٔ متقاطع است و تنها به زاویهٔ بین این دو آینه بستگی داشته (در حالتی که زاویهٔ بین دو آینه کم‌تر از ۹۰ باشد) و مستقل از زاویهٔ برخورد پرتوی تابش با سطح آینه و زاویهٔ تابش و... است؛ بنابراین زاویهٔ β ثابت می‌ماند.

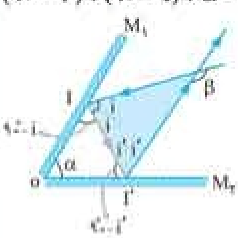
۱۵۰۸. گزینه ۱

همان‌طور که در درسنامه ذکر شده زاویهٔ β (زاویهٔ انحراف بین پرتوی تابش و پرتوی بازتابش) برابر 2α است و مقدار آن مستقل از زاویهٔ تابش i است.

بد نیست یک بار دیگر اثبات این نکته را باهم مرور کنیم:

در مثلث OII' داریم: $\boxed{1}$ $(90^\circ-i')+(90^\circ-i)+\alpha=180^\circ\Rightarrow\alpha=i+i'$

در مثلث هاشور خورده داریم:

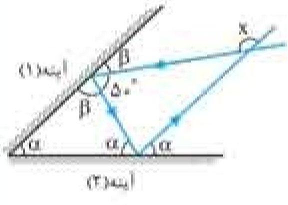


$\boxed{2}$ $2i+2i'=\beta\Rightarrow\beta=2(i+i')$

از $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ نتیجه می‌گیریم که:

$\beta=2(i+i')\Rightarrow\beta=2\alpha$

۱۵۰۹. گزینه ۱

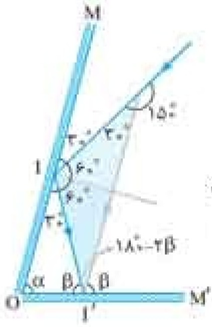


می‌توان اثبات کرد که زاویه‌ی بین پرتو بازتاب از آینهٔ (۲) و پرتوی تابیده‌شده به آینهٔ (۱)، دو برابر زاویهٔ بین دو آینه است. با توجه به قانون بازتاب، زاویهٔ بین دو آینه را به‌دست می‌آوریم:

$\beta+50^\circ+\beta=180^\circ\Rightarrow\beta=65^\circ$

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است، در نتیجه زاویهٔ بین پرتوی بازتاب از آینهٔ (۲) و پرتوی تابیده به آینهٔ (۱) (زاویهٔ x) برابر است با: $2\alpha+65^\circ=180^\circ\Rightarrow x=2\alpha=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

۱۵۱۰. گزینه ۳



روش ۱ **گام اول:** زاویهٔ پرتوی تابش با سطح آینهٔ M' را β در نظر می‌گیریم و شکل را رسم می‌کنیم. با استفاده از رابطهٔ مجموع زوایای داخلی مثلث هاشور خورده داریم:

مثلث هاشورخورده: $120^\circ+30^\circ+(180^\circ-2\beta)=180^\circ$

$\Rightarrow180^\circ-2\beta=30^\circ\Rightarrow\hat{\beta}=75^\circ$

گام دوم: در مثلث OII' داریم:

$\alpha+\beta+30^\circ=180^\circ$

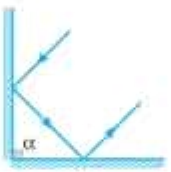
$\xrightarrow{\beta=75^\circ}\alpha=180^\circ-30^\circ-75^\circ=75^\circ$

روش ۲ با استفاده از نکتهٔ گفته شده در درسنامه و با توجه به این‌که در صورت سؤال زاویهٔ انحراف پرتو تابش و بازتابش 150° داده شده است، داریم:

زاویهٔ انحراف $=2\alpha\Rightarrow150^\circ=2\alpha\Rightarrow\alpha=75^\circ$

تذکر: دقت کنید که برای محاسبهٔ زاویهٔ انحراف بین پرتوی تابش و بازتاب، دو پرتو باید از یک نقطه رسم شوند.

۱۵۱۱. گزینه ۳



زاویهٔ انحراف پرتو ورودی و خروجی در دو آینهٔ تخت متقاطع برابر 180° است؛ بنابراین داریم:

زاویهٔ انحراف $\beta=2\alpha$

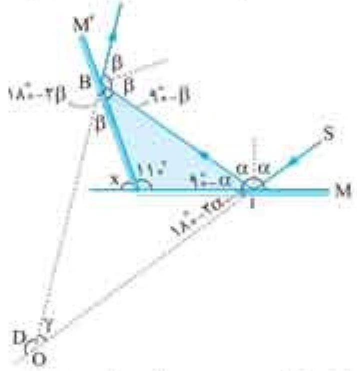
$\Rightarrow$ زاویهٔ بین دو آینه $=180^\circ=2\alpha\Rightarrow\alpha=90^\circ$

بنابراین دو آینه برهم عمود هستند.

۱۵۱۲. گزینه ۴

روش ۱ **گام اول:** زاویهٔ تابش به آینهٔ M را α و زاویهٔ تابش به آینهٔ M' را β در نظر می‌گیریم؛ بنابراین در مثلث هاشورخورده داریم:

$(90^\circ-\alpha)+(90^\circ-\beta)+110^\circ=180^\circ\Rightarrow\alpha+\beta=110^\circ$



گام دوم: مقدار انحراف پرتو نسبت به جهت اولیه را می‌خواهیم، بنابراین پرتوهای ورودی و خروجی را امتداد داده تا مثلث $\overset{\triangle}{IOB}$ تشکیل شود. در این مثلث رابطهٔ بین زوایا را می‌نویسیم: $(180^\circ-2\alpha)+(180^\circ-2\beta)+\gamma=180^\circ\Rightarrow\gamma=40^\circ$

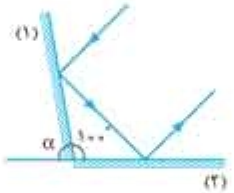
گام سوم: بنابراین زاویهٔ انحراف D به دست می‌آید:

$D=180^\circ-\gamma=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

روش ۲ طبق مطلب گفته شده در درسنامه، در اینگونه مسائل که زاویهٔ بین دو آینه بیشتر از 90° است، زاویهٔ انحراف برابر است با:

$D=2x\xrightarrow{x=180^\circ-110^\circ=70^\circ}D=2\times70=140^\circ$

۱۵۱۳. گزینه ۳



طبق نکتهٔ گفته شده در درسنامه، در سؤالاتی از این دست، زاویهٔ انحراف پرتوی بازتابیده از آینهٔ (۲) نسبت به پرتوی تابیده به آینهٔ (۱) برابر است با:

زاویهٔ انحراف $=2\alpha=2(180^\circ-100^\circ)=160^\circ$

۱۷۱۶. گزینه ۱

گام اول: با توجه به این‌که در ورود نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر، حاصل‌ضرب $n\sin\theta$ ثابت می‌ماند، داریم: (محیط (۱) را هوا و محیط (۲) را محیط شفاف در نظر می‌گیریم)

$$n_1\sin\theta_i=n_2\sin\theta_r\Rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_r}{\sin\theta_i}$$

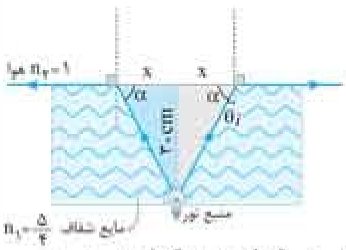
گام دوم: همان‌طور که ملاحظه می‌کنید نسبت $\frac{n_1}{n_2}$ ثابت و برابر شیب نمودار $\sin\theta_r$ برحسب $\sin\theta_i$ است که مقدار ثابتی است؛ بنابراین با استفاده از نمودار داریم:

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_r}{\sin\theta_i}=\frac{۰/۵}{۰/۸}=\frac{۵}{۸}$$

گام سوم: با توجه به این‌که $v\propto\frac{1}{n}$ است، داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\xrightarrow{\frac{n_1}{n_2}=\frac{۵}{۸}}\frac{v_2}{v_1}=\frac{۵}{۸}$$

۱۷۱۷. گزینه ۳



گام اول: تا زمانی که زاویهٔ شکست پرتوهای نور در هوا کم‌تر از ۹۰° باشد، پرتوی نور وارد هوا شده و ناظر آن را می‌بیند؛ بنابراین مطابق شکل، قطر دایرهٔ روشن با در نظر گرفتن زاویهٔ شکست ۹۰° قابل تصور است.

گام دوم: با استفاده از قانون شکست اسنل $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$، داریم:

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2\xrightarrow[\theta_2=۹۰^\circ]{n_1=\frac{۵}{۴},\ n_2=۱}\frac{۵}{۴}\times\sin\theta_1=۱\times\sin۹۰^\circ$$

$$\Rightarrow\sin\theta_1=\frac{۴}{۵}=۰/۸\Rightarrow\theta_1=۵۳^\circ\Rightarrow\alpha=۹۰-۵۳=۳۷^\circ$$

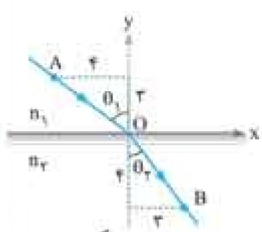
دقت کنید که $\sin\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)$، یعنی $\cos۳۷^\circ=\sin۵۳^\circ=۰/۸$.

گام سوم: با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث هاشور خورده داریم:

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\tan۳۷^\circ=\frac{۳۰}{x}\Rightarrow x=\frac{۳۰}{\frac{۳}{۴}}=۴۰\,cm$$

بنابراین قطر دایرهٔ روشن برابر $2x=۸۰cm$ است.

۱۷۱۸. گزینه ۱



گام اول: محور x را مرز جدایی دو محیط و محور y را خط عمود بر مرز جدایی دو محیط در نظر می‌گیریم؛ لذا با استفاده از مختصات داده شده در صورت سؤال، شکل روبه‌رو را رسم کرده و با استفاده از روابط مثلثاتی، زاویهٔ تابش (θ_1) و زاویهٔ شکست (θ_2) را می‌یابیم.

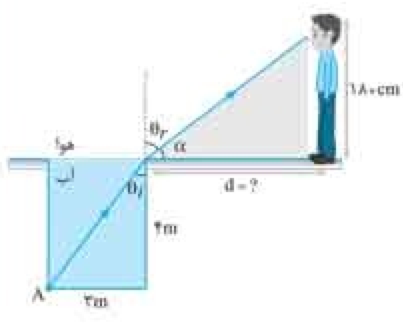
$$\tan\theta_1=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\theta_1=۵۳^\circ$$

$$\tan\theta_2=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\theta_2=۳۷^\circ$$

گام دوم: با استفاده از قانون شکست اسنل $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$، داریم:

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2\Rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\Rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin۳۷^\circ}{\sin۵۳^\circ}=\frac{۰/۶}{۰/۸}=\frac{۳}{۴}$$

۱۷۱۹. گزینه ۳



گام اول: نور از محیط غلیظ به محیط رقیق وارد شده است؛ بنابراین پرتوی نور تابیده شده از نقطهٔ A در مرز بین دو ناحیه می‌شکند و از خط عمود دور شده و به چشم شخص می‌رسد. (مطابق شکل)

دقت کنید که برای محاسبه حداکثر فاصله شخص تا لبهٔ استخر نور باید به چشم شخص برسد.

گام دوم: زاویهٔ تابش را با استفاده از روابط مثلثاتی می‌یابیم:

$$\tan\theta_i=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\theta_i=۳۷^\circ$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $n_1\sin\theta_i=n_2\sin\theta_r$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l}n_1=\frac{۴}{۳}\\ n_2=۱\\ \theta_i=۳۷^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۴}{۳}\times\sin۳۷^\circ=۱\times\sin\theta_r$$

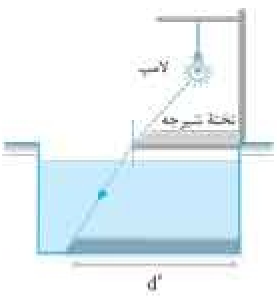
$$\Rightarrow\sin\theta_r=\frac{۴}{۳}\times\frac{۶}{۱۰}=۰/۸\Rightarrow\theta_r=۵۳^\circ$$

گام چهارم: بنابراین زاویهٔ α برابر است با: $\alpha=۹۰^\circ-\theta_r=۹۰^\circ-۵۳^\circ=۳۷^\circ$

گام پنجم: در مثلث هاشور خورده داریم:

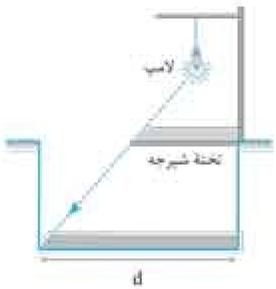
$$\tan\alpha=\frac{۱/۸}{d}\Rightarrow d=\frac{۱/۸}{\tan۳۷^\circ}=\frac{۱/۸}{\frac{۳}{۴}}=۲/۴\,m$$

۱۷۲۰. گزینه ۱



سایهٔ تختهٔ شیرجه را در دو حالت بررسی می‌کنیم: ۱ استخر خالی از آب باشد. ۲ استخر پر از آب باشد.

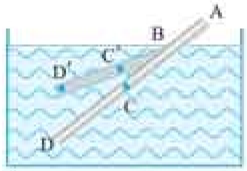
گام اول: حالتی را در نظر می‌گیریم که استخر خالی از آب است. در این حالت سایهٔ تخته شیرجه مطابق شکل روبه‌رو و طول آن برابر d است.



گام دوم: حال حالتی را در نظر می‌گیریم که استخر از آب پر است. در این حالت، پرتو هنگام ورود به آب از مسیر اولیهٔ خود منحرف شده و چون نور از محیط رقیق به محیط غلیظ (هوا به آب) وارد شده است، پرتوی شکست به خط عمود نزدیک‌تر شده و $d'<d$ است؛ بنابراین طول سایهٔ تخته شیرجه در حالتی که استخر پر از آب است کوتاه‌تر از حالتی است که استخر خالی است.

۱۷۲۱. گزینه ۳

همان‌طور که در شکل مشخص است، تصویر نقاط C و D هر دو مقداری نزدیک‌تر به سطح جدایی دو محیط به نظر می‌آیند. به عبارت دیگر، نقطهٔ C' بالاتر از نقطهٔ C و نقطهٔ D' بالاتر از نقطهٔ D دیده خواهد شد. در این حالت تصویر میله کوتاه‌تر به نظر می‌رسد.



پس اگر ناظر از هوا به میله به صورت تقریباً عمودی نگاه کند، طول قسمت داخل آب را $\frac{۳}{۴}$ برابر (عکس ضریب شکست مطلق آب) می‌بیند و آن را نزدیک‌تر به سطح آب تصور می‌کند.

۱۷۲۲. گزینه ۳

گام اول: پرتو به‌طور عمود به وجه سمت چپ منشور تابیده، بنابراین بدون انحراف از این وجه عبور کرده و به وجه AC منشور می‌رسد. در مثلث هاشورخورده با استفاده از رابطهٔ زوایای داخلی مثلث و ویژگی خطوط موازی و مورب، زوایا را می‌یابیم.

۱۸۷۶. گزینه ۴

بنابر روابط $E_n = \frac{-13/6eV}{n^2} = \frac{-E_R}{n^2}$ و $hf = E_U - E_L$ می‌توان نوشت:

$$hf = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = \frac{-E_R}{n^2}} hf = \frac{-E_R}{n_U^2} - (\frac{-E_R}{n_L^2})$$

$$\Rightarrow hf = \frac{E_R}{n_L^2} - \frac{E_R}{n_U^2} \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} \frac{hc}{\lambda} = E_R(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc}(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2})$$

اگر این رابطه را با رابطهٔ $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2})$ مقایسه نماییم، می‌بینیم $R = \frac{E_R}{hc}$ است.

۱۸۷۷. گزینه ۱

اتم‌های هر گاز دقیقاً همان طول‌موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کنند که اگر دمای آن‌ها به اندازهٔ کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شوند، آن‌ها را تابش می‌کنند.

۱۸۷۸. گزینه ۱

عدد اتمی هر عنصر مشخص می‌کند که آن عنصر چه خواص شیمیایی منحصر به‌فردی دارد و در ضمن تعداد نوترون‌های متفاوت (یا به عبارتی ایزوتوپ‌های متفاوت)، خواص شیمیایی آن عنصر را در حالت کلی تغییر نمی‌دهد، بلکه هسته را دستخوش تغییر می‌کند.

۱۸۷۹. گزینه ۳

خواص شیمیایی هر اتم را تعداد پروتون‌های آن و ویژگی‌های هر هسته را علاوه بر پروتون‌ها، نوترون‌ها نیز تعیین می‌کنند.

۱۸۸۰. گزینه ۲

می‌دانیم نماد هسته به صورت ^A_ZX است؛ بنابراین برای شناسایی هسته باید Z (تعداد پروتون‌ها) و A (مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها) را تعیین کرد:

$$Z = 21,\ A = Z + N \xrightarrow{N = 23} A = 21 + 23 = 44$$

عنصر مورد نظر $^{44}_{21}X$ است.

۱۸۸۱. گزینه ۲

می‌دانیم درون هسته، پروتون‌های با بار الکتریکی مثبت و نوترون‌های بدون بارالکتریکی وجود دارند در نتیجه بار مثبتِ هستهٔ اتم خنثی، برابر مجموع بارهای پروتون‌های درون آن است. از طرف دیگر می‌دانیم، در اتم خنثی تعداد پروتون‌ها برابر تعداد الکترون‌ها است.

بنابراین با توجه به این‌که اندازهٔ بار الکتریکی الکترون و پروتون با هم برابر است، می‌توان نوشت: بار مثبت هسته اتم خنثی $= Q = Zq_p \xrightarrow{q_p = +e} Q = +Ze$

$$Z = \frac{Q}{e} \xrightarrow{\text{تعداد پروتون‌ها} = \text{تعداد الکترون‌ها}} \text{تعداد الکترون‌ها} = \frac{Q}{e}$$

۱۸۸۲. گزینه ۱

ابعاد اتم و هستهٔ آن عبارت‌اند از:

$$\text{ابعاد اتم} = 10^{-10}m \xrightarrow{1m = 10^{15}fm} \text{ابعاد اتم} = 10^5 fm$$

$$\text{ابعاد هستهٔ اتم} = 10^{-15}m \xrightarrow{1m = 10^{15}fm} \text{ابعاد هستهٔ اتم} = 1fm$$

در این سؤال بدون آن‌که مقدار تقریبی اندازهٔ اتم و یا هسته آن را بدانید با رد گزینه هم می‌توانستید به جواب برسید. در گزینه‌های «۲» و «۳» ابعاد هسته اتم بزرگ‌تر از ابعاد اتم آمده است که کاملاً اشتباه است. در مورد گزینهٔ «۴» هم اعداد بسیار کوچک و غیر منطقی آورده شده است؛ بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

۱۸۸۳. گزینه ۲

همان‌طور که در درسنامه بیان شد، ابعاد (قطر) اتم 10^5 برابر قطر هسته است، اما اگر شکل اتم و هسته را کروی فرض کنیم، با توجه به رابطهٔ حجم کره یعنی $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ می‌توان دریافت که حجم کره متناسب با مکعب شعاع آن است؛ پس چون قطر یا همان شعاع اتم 10^5 برابر شعاع هسته است، حجم اتم $(10^5)^3$ برابر حجم هستهٔ آن است.

$$\frac{R_{\text{اتم}}}{R_{\text{هسته}}} = 10^5 \quad , \quad \frac{V_{\text{اتم}}}{V_{\text{هسته}}} = 10^{15}$$

۱۸۸۴. گزینه ۲

طبق تعریف، ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی یکسان ولی عدد جرمی متفاوت‌اند؛ بنابراین دو ایزوتوپ تعداد پروتون‌های برابر اما تعداد نوترون‌های متفاوت دارند.

۱۸۸۵. گزینه ۴

در سنگ معدن اورانیم، دو ایزوتوپ ^{235}U و ^{238}U وجود دارد، اما ایزوتوپ $^{235}_{92}U$، ۰/۷۲ درصد اورانیم طبیعی را تشکیل می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینه «۱» درست؛ چون عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) دو ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ و $^{238}_{92}U$ با هم برابر است، با توجه به رابطهٔ $N = A - Z$، تعداد نوترون‌های $^{238}_{92}U$ بیشتر است. گزینه «۲» درست؛ چون هر دو ایزوتوپ‌اند، بنابراین تعداد پروتون‌های آن‌ها یکسان است. گزینه «۳» درست؛ ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسانی دارند.

۱۸۸۶. گزینه ۳

ایزوتوپ‌های $^{44}_{20}X$ و $^{42}_{20}X$، عدد اتمی یکسانی دارند؛ بنابراین از نظر شیمیایی عملاً یک ماده محسوب می‌شوند و نمی‌توان آن‌ها را به روش شیمیایی از هم تفکیک کرد؛ اما در مورد ایزوتوپ‌های $^{42}_{20}X$ و $^{42}_{21}X$، دو مادهٔ شیمیایی متفاوت داریم که با روش‌های شیمیایی، قابل تفکیک از هم است.

۱۸۸۷. گزینه ۲

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

می‌دانیم برای ایزوتوپ‌های عنصری دلخواه، تعداد پروتون‌ها با هم برابر و تعداد نوترون‌ها متفاوت است. از طرف دیگر، با مقایسهٔ ایزوتوپ‌های X^{12} و X^{14} با نماد هسته ^A_ZX، می‌بینیم، $A_1 = 12$ و $A_2 = 14$ است؛ یعنی عدد جرمی دو ایزوتوپ ۱۲ و ۱۴ است. پس تعداد نوترون‌ها ۱۲ یا ۱۴ نیست، یعنی گزینه «۱» قطعاً نادرست است. چون سؤال در مورد ایزوتوپ‌های یک عنصر است، پس تعداد پروتون‌ها مساوی است؛ یعنی گزینه «۳» و «۴» قطعاً نادرست‌اند. پس تنها گزینه‌ای که می‌تواند درست باشد، گزینه «۲» است؛ یعنی تعداد پروتون‌ها ۶ و تعداد نوترون‌ها ۶ و ۸ است.

۱۸۸۸. گزینه ۲

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

عنصر مجهول $^{19}_{13}X$، تعداد ۱۳ پروتون و ۶ نوترون دارد. باید به دنبال عدد اتمی ۱۳ در گزینه‌ها باشیم: در گزینه «۱» تعداد نوترون‌ها ۶ و عدد جرمی ۲۰ است. یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۴ است که نمی‌تواند ایزوتوپ عنصر X باشد. در گزینه «۲» تعداد نوترون‌ها ۸ و عدد جرمی ۲۱ است. یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۳ است و ایزوتوپ عنصر X است. در گزینه «۳» تعداد نوترون‌ها ۵ و عدد جرمی ۱۹ است؛ یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۴ است که ایزوتوپ X نیست. در گزینه «۴» تعداد نوترون‌ها ۶ و عدد جرمی ۲۱ است؛ یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۵ است و ایزوتوپ X نیست.

۱۸۸۹. گزینه ۴

نیروی هسته‌ای، نیروی جاذبهٔ قوی‌ای بین نوکلئون‌های درون هسته است که در مقایسه با نیروی دافعهٔ الکتریکی بین پروتون‌های هسته با بار مثبت، قوی‌تر است اما برد کوتاه‌تری دارد.

۱۸۹۰. گزینه ۴

نیروی هسته‌ای قوی، نیروی جاذبه‌ای است که هر نوکلئون فقط به نوکلئون‌های مجاور خود وارد می‌کند.

۱۹۴۹. گزینه ۳

گام اول: چون بار الکتریکی پرتو β^{+} مثبت و جهت انحراف آن در میدان مغناطیسی به طرف بالا می‌باشد، به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی درون‌سو خواهد بود.

گام دوم: همچنین چون جهت انحراف ذرهٔ X به طرف بالا و جهت میدان مغناطیسی درون‌سو است، با توجه به قاعدهٔ دست راست، بار الکتریکی ذرهٔ X باید منفی باشد.

۱۹۵۰. گزینه ۴

اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوهای گاما به حالت پایه می‌رسند. در این فرایند، عددهای اتمی و جرمی (مجموع نوکلئون‌ها) ثابت می‌ماند.

۱۹۵۱. گزینه ۱

اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوهای گاما به حالت پایه می‌رسند. در این فرایند، عددهای اتمی و جرمی تغییر نمی‌کنند.

۱۹۵۲. گزینه ۱

هر چه هسته پایدارتر باشد، برای جداکردن نوکلئون‌ها از یکدیگر، مقدار انرژی بیشتری نیاز است؛ یعنی انرژی بستگی هسته بیشتر است.

۱۹۵۳. گزینه ۴

وقتی هستهٔ عنصر پرتوزا، ذره‌های α و β گسیل می‌کند، مشخصات هستهٔ عنصر تغییر می‌کند؛ بنابراین می‌توان گفت، گسیل ذره‌های α و β باعث واپاشی هستهٔ عنصر پرتوزا می‌شود.
با گسیل پرتوی γ، هستهٔ عنصر پرتوزا از حالت برانگیخته به حالت پایه می‌رود اما هسته، واپاشیده نخواهد شد و بنابراین گسیل پرتو γ، برابر با واپاشی هسته نیست.

۱۹۵۴. گزینه ۲

موارد **ب** و **ت** درست و **الف** و **پ** نادرست هستند.

۱۹۵۵. گزینه ۳

در واپاشی هستهٔ ناپایدار در هنگام گسیل پرتوی α (همان هستهٔ اتم هلیم $^{۴}_{۲}He$)، دو واحد از عدد اتمی کم می‌شود؛ بنابراین بار هسته به اندازهٔ $q=۲e=۲\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}=۳/۲\times ۱۰^{-۱۹}C$ کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینهٔ «۱»: نادرست؛ در هنگام گسیل پوزیترون ($^{۰}_{۱}e^{+۱}$)، یک واحد از عدد اتمی کم می‌شود؛ بنابراین بار آن به اندازهٔ $q=e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C$ کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ در هنگام گسیل الکترون ($^{۰}_{-۱}e^{-۱}$)، یک واحد به عدد اتمی اضافه می‌شود؛ بنابراین بار آن به اندازهٔ $q=e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C$ افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ در هنگام گسیل پرتو گاما، بار هسته ثابت می‌ماند؛ زیرا گاما از جنس موج‌های الکترومغناطیسی است و بار الکتریکی ندارد، اما با گسیل پوزیترون و الکترون بار هسته تغییر خواهد کرد.

۱۹۵۶. گزینه ۳

بنابرتعریف، نیمه‌عمر مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه به نصف برسند؛ یعنی نیمی از هسته‌های مادهٔ پرتوزا واپاشیده می‌شوند. دقت کنید که نیمه‌عمر **در مورد هسته‌ها است و نه جرم ماده.**

۱۹۵۷. گزینه ۳

طبق تعریف، ایزوتوپ‌های هر عنصر، دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت‌اند.
مانند ایزوتوپ‌های هیدروژن که عبارت‌اند از: $^{۱}_{۱}H$ ، $^{۲}_{۱}D$ ، $^{۳}_{۱}T$
توجه کنید از آنجا که تعداد نوترون‌های موجود در هسته برای ایزوتوپ‌های متفاوت، یکسان نیست، نرخ واپاشی برای ایزوتوپ‌های متفاوت ضرورتاً یکسان نخواهد بود؛ در نتیجه نیمه‌عمر یکسانی ندارند و **گزینهٔ «۱»** نادرست است. به دلیل مشابه و ساختار هسته (تعداد نوترون‌ها)، انرژی بستگی هم ضرورتاً یکسان نیست و **گزینهٔ «۲»** هم نادرست است.

۱۹۵۸. گزینه ۲

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست؛ نیمه‌عمر عنصر پرتوزا ثابت است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

گزینهٔ «۲»: درست؛ با گسیل ذرهٔ بتای منفی ($^{۰}_{-۱}e^{-}$)، عدد اتمی هسته افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: نادرست؛ هرچه انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، آن هسته پایدارتر است.

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ با گسیل یک ذرهٔ آلفا، ۴ واحد از عدد جرمی و ۲ واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.

۱۹۵۹. گزینه ۲

روش ۱ ابتدا با استفاده از رابطهٔ جرم باقی‌مانده، تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده (n) را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از آن و زمان سپری‌شده، نیمه‌عمر را حساب می‌کنیم:

$$m=\frac{m_{۰}}{۲^{n}}\xrightarrow[m_{۰}=۱۲g]{m=۱/۵g}۱/۵=\frac{۱۲}{۲^{n}}\Rightarrow ۲^{n}=۸=۲^{۳}\Rightarrow n=۳$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\xrightarrow[t=۱۸\text{روز}]{n=۳}۳=\frac{۱۸}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۶\ \text{روز}$$

روش ۲ با استفاده از الگوی زیر، ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده (n) را به‌دست می‌آوریم و سپس $T_{\frac{۱}{۲}}$ را حساب می‌کنیم.

n تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده	۰	۱	۲	۳
m جرم مادر باقی‌مانده	۱۲	۶	۳	۱/۵

یعنی بعد از $n=۳$ نیمه‌عمر از $۱۲\,g$ جرم اولیه، $۱/۵\,g$ آن باقی می‌ماند؛ بنابراین داریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\xrightarrow{t=۱۸\text{روز}}۳=\frac{۱۸}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۶\ \text{روز}$$

۱۹۶۰. گزینه ۳

روش ۱ تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده $n=۴$ است؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا می‌توان نوشت:

$$N=\frac{N_{۰}}{۲^{n}}\xrightarrow{n=۴}N=\frac{N_{۰}}{۲^{۴}}\Rightarrow N=\frac{۱}{۱۶}N_{۰}$$

$$\Rightarrow N=\frac{۱}{۱۶}\times ۱۰۰N_{۰}\Rightarrow N=\%۶/۲۵N_{۰}$$

روش ۲ چون ۴ نیمه‌عمر سپری شده است $(n=۴)$، با استفاده از الگوی زیر، هسته‌های مادر باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:

n تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده	۰	۱	۲	۳	۴
N هسته‌های مادر باقی‌مانده	$N_{۰}$	$\frac{N_{۰}}{۲}$	$\frac{N_{۰}}{۴}$	$\frac{N_{۰}}{۸}$	$\frac{N_{۰}}{۱۶}$

تعداد هسته‌های باقی مانده $N=\frac{N_{۰}}{۱۶}$ است که معادل ۶/۲۵ درصد است.

۱۹۶۱. گزینه ۱

روش ۱ گام اول: با استفاده از زمان سپری‌شده، $t=۷۵$ سال و نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا، $T_{\frac{۱}{۲}}=۲۵$ سال، تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده (n) را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۷۵}{۲۵}\Rightarrow n=۳$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ جرم باقی‌مانده، جرم باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$m=\frac{m_{۰}}{۲^{n}}\xrightarrow{n=۳}m=\frac{m_{۰}}{۲^{۳}}\Rightarrow m=\frac{۱}{۸}m_{۰}$$

گام چهارم: نیمه‌عمر مادهٔ B یک روز است؛ بنابراین برای به‌دست آوردن مدت زمانی که $\frac{1}{32}$ هسته‌های مادهٔ B فعال می‌مانند، می‌توان نوشت:

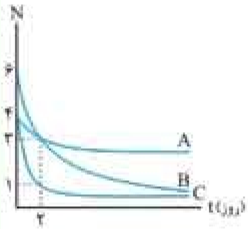
$$N'_B=\frac{N_{0B}}{2^{n'_B}}\xrightarrow{N'_B=\frac{N_{0B}}{32}}\frac{N_{0B}}{32}=\frac{N_{0B}}{2^{n'_B}}\Rightarrow 2^{n'_B}=32=2^5\Rightarrow n'_B=5$$

$$n'_B=\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\Rightarrow 5=\frac{t'}{1}\Rightarrow t'=5\ \text{روز}$$

۱۹۹۱. گزینه ۲

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

طبق نمودار تعداد هسته‌های فعال اولیه و تعداد هسته‌های باقی‌مانده پس از گذشت ۲ روز داده شده است؛ بنابراین داریم:



$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow 2^n=\frac{N_0}{N}$$

(عبارت **پ** درست است.)

$$\text{مادهٔ } C\xrightarrow[N_0=4]{N=1}2^n=\frac{4}{1}\to n_1=2$$

$$\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_C}=2\xrightarrow{t=2\ \text{روز}}(T_{\frac{1}{2}})_C=1\ \text{روز}$$

(عبارت **ب** درست است.)

$$\text{مادهٔ } B\xrightarrow[N=3]{N_0=6}2^n=\frac{6}{3}\Rightarrow n=1$$

$$\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_B}=1\xrightarrow{t=2\ \text{روز}}(T_{\frac{1}{2}})_B=2\ \text{روز}$$

(عبارت **الف** نادرست است.)

$$\text{مادهٔ } A\xrightarrow[N_0=4]{N=3}2^n=\frac{4}{3}\xrightarrow{\frac{4}{3}<\sqrt{2}}2^n<\sqrt{2}\Rightarrow 2^n<2^{\frac{1}{2}}$$

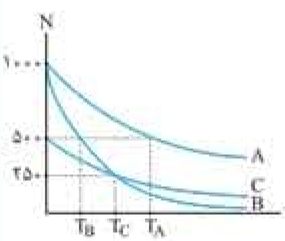
$$\Rightarrow n<\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_A}<\frac{1}{2}\xrightarrow{t=2\ \text{روز}}(T_{\frac{1}{2}})_A>4\ \text{روز}$$

با توجه به نیمه‌عمر ماده‌های A، B و C داریم: $(T_{\frac{1}{2}})_A>(T_{\frac{1}{2}})_B>(T_{\frac{1}{2}})_C$

و این نشان می‌دهد عبارت **ت** نیز نادرست است؛ بنابراین دو عبارت از چهار عبارت داده شده درست است.

۱۹۹۲. گزینه ۴

می‌دانیم در مدت یک نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های عنصر پرتوزا نصف می‌شود. (در این تست نیمه عمرها را با T نمایش می‌دهیم)



بنابراین مطابق شکل، از نصف تعداد هسته‌های هر عنصر، خطی موازی با محور زمان به‌صورت خط‌چین رسم نموده تا هر نمودار را قطع نماید و سپس از آن نقطه بر محور زمان عمود می‌کنیم تا زمان نیمه‌عمر هر عنصر به‌دست آید و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم: $T_A>T_C>T_B$

۱۹۹۳. گزینه ۳

با استفاده از رابطهٔ اینشتین، ابتدا انرژی را برحسب ژول به دست می‌آوریم و سپس به کیلووات ساعت تبدیل می‌کنیم. دقت کنید، باید جرم برحسب kg نوشته شود.

$$E=mc^2$$

$$\xrightarrow[c=3\times10^8\,m/s]{m=2mg=2\times10^{-3}g=2\times10^{-6}kg}E=2\times10^{-6}\times(3\times10^8)^2=18\times10^{10}J$$

$$\Rightarrow E=18\times10^{10}J\Rightarrow E=18\times10^{10}J\times\frac{1kWh}{36\times10^5J}\Rightarrow E=5\times10^4kWh$$

۱۹۹۴. گزینه ۱

از بین موارد داده شده تنها مورد **ت** نادرست است؛ زیرا اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبهٔ keV تا مرتبهٔ MeV است.

۱۹۹۵. گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ واکنش را نوشته و سپس مجموع عددهای جرمی و مجموع عددهای اتمی دو طرف معادله را به‌طور جداگانه مساوی هم قرار می‌دهیم. دقت کنید، چون هسته در حالت برانگیخته است، ابتدا با تابش پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسد.

$${}^{239}_{92}U^*\to{}^{239}_{92}U+\gamma\to{}^{A}_{Z}X+{}_{-1}^{0}e^-\Rightarrow\begin{cases}239=A+0\Rightarrow A=239\\92=Z-1\Rightarrow Z=93\end{cases}$$

$${}^{A}_{Z}X={}^{239}_{93}X={}^{239}_{93}Np$$

۱۹۹۶. گزینه ۴

روش ۱ تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده $n=3$ است؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا می‌توان نوشت:

$$N=\frac{N_0}{2^n}\xrightarrow{n=3}N=\frac{N_0}{2^3}\Rightarrow N=\frac{1}{8}N_0\Rightarrow N=\frac{1}{8}\times100N_0$$
$$\Rightarrow N=\%12/5N_0$$

روش ۲ چون سه نیمه‌عمر سپری شده است $(n=3)$، با استفاده از این الگو، هسته‌های مادر باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:

n تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده	۰	۱	۲	۳
N هسته‌های مادر باقی‌مانده	N_0	$\frac{N_0}{2}$	$\frac{N_0}{4}$	$\frac{N_0}{8}$

هسته‌های مادر باقی‌مانده $\frac{N_0}{8}$ است که معادل ۱۲/۵٪ است.

۱۹۹۷. گزینه ۳

روش ۱ گام اول: با استفاده از زمان سپری‌شده، سال $t=33$ و نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا، سال $T_{\frac{1}{2}}=5/5$، تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده (n) را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}=\frac{33}{5/5}\Rightarrow n=6$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، هسته‌های مادر باقی‌مانده را حساب می‌کنیم: $N=\frac{N_0}{2^n}=\frac{N_0}{2^6}\Rightarrow N=\frac{1}{64}N_0$

روش ۲ ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به‌دست می‌آوریم و سپس از الگوی زیر استفاده می‌کنیم: $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}=\frac{33}{5/5}=6$

n تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
N هسته‌های مادر باقی‌مانده	N_0	$\frac{N_0}{2}$	$\frac{N_0}{4}$	$\frac{N_0}{8}$	$\frac{N_0}{16}$	$\frac{N_0}{32}$	$\frac{N_0}{64}$

۱۹۹۸. گزینه ۱

گام اول: تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=10h]{t=40h}n=\frac{40}{10}=4$$

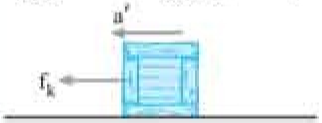
گام دوم: با استفاده از رابطهٔ جرم باقی مانده، جرم اولیهٔ مادهٔ پرتوزا را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، چون ۱۵ گرم از مادهٔ پرتوزا واپاشیده شده است، جرم باقی‌مانده برابر $m=m_0-15$ است (m_0 جرم اولیه است).

$$m=\frac{m_0}{2^n}\xrightarrow[n=4]{m=m_0-15}m_0-15=\frac{m_0}{2^4}$$
$$\Rightarrow16m_0-16\times15=m_0\Rightarrow m_0=16g$$

گام چهارم: جابه‌جایی جسم را در لحظه $t = 4s$ از رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\times 0/5 \times 4^2 = 4m$$

گام پنجم: بعد از پاره‌شدن طناب، جسم تحت اثر نیروی اصطکاک شروع به متوقف شدن می‌کند. شتاب جسم را حساب می‌کنیم:



$$F_{net} = ma$$

$$f_k = ma' \Rightarrow \mu_k mg = ma' \Rightarrow a' = \mu_k g = 0/5\times 10 = 5\frac{m}{s^2}$$

گام ششم: اکنون مسافتی که جسم طی می‌کند تا متوقف شود را از رابطهٔ مستقل از زمان ($V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$) حساب می‌کنیم. دقت کنید که شتاب را با علامت منفی به‌کار می‌بریم:

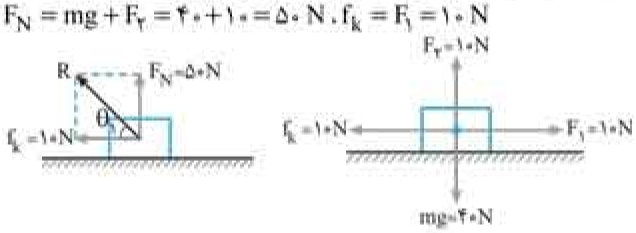
$$\xrightarrow[V_0=2\frac{m}{s}]{V=0\frac{m}{s}} 0 - 2^2 = -2\times 5\times \Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 0/4m$$

گام هفتم: مسافت کل جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x + \Delta x' = 4 + 0/4 = 4/4m$$

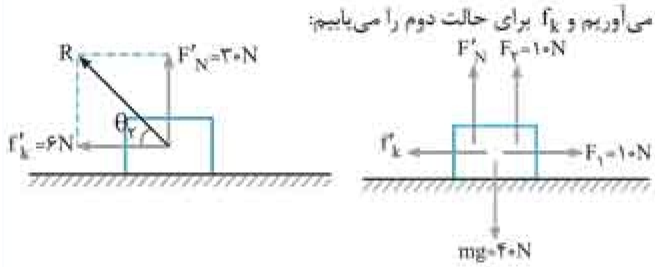
۲۰۵۴. گزینهٔ ۱ **گام اول:** چون نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برایند دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک است، باید در دو حالت F_N و f_k را بیابیم و برایند آن‌ها را رسم کنیم و زاویه‌ای که نیروی سطح با افقی می‌سازد را با هم مقایسه کنیم. در حالت اول، سرعت ثابت است. بنابراین داریم:

$$F_N = mg + F_2 = 40 + 10 = 50\,N\,,\ f_k = F_1 = 10\,N$$



$$\tan\theta_1 = \frac{F_N}{f_k} = \frac{50}{10} \Rightarrow \tan\theta_1 = 5$$

گام دوم: در حالت دوم چون F_N تغییر می‌کند، نیروی اصطکاک نیز تغییر خواهد کرد. بنابراین با استفاده از F_N حالت اول ضریب اصطکاک را به‌دست می‌آوریم و f_k برای حالت دوم را می‌یابیم:



$$f_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow[F_N=50N]{f_k=10N} 10 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{5}$$

$$F'_N = mg - F_2 = 40 - 10 \Rightarrow F'_N = 30N$$

$$f'_k = \mu_k F'_N = \frac{1}{5}\times 30 \Rightarrow f'_k = 6N$$

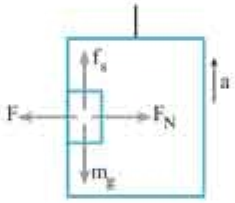
$$\tan\theta_2 = \frac{F'_N}{f'_k} = \frac{30}{6} \Rightarrow \tan\theta_2 = 5$$

گام سوم: با مقایسهٔ $\tan\theta_1$ و $\tan\theta_2$ داریم:

$$\begin{cases}\tan\theta_1 = 5\\ \tan\theta_2 = 5\end{cases} \Rightarrow \tan\theta_1 = \tan\theta_2 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 < 90$$

دقت کنیم! اگر نیروی اصطکاک صفر باشد، زاویه‌ای که نیروی سطح به جسم وارد می‌کند با سطح افقی زاویهٔ 90° می‌سازد.

۲۰۵۵. گزینهٔ ۴ **گام اول:** چون آسانسور با شتاب ثابت به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند می‌توان دریافت شتاب جسم رو به بالاست. بنابراین برای راستای قائم و راستای عمود بر دیواره با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = m(g + a)$$

$$\Rightarrow f_s = 2(10 + 2) = 24N$$

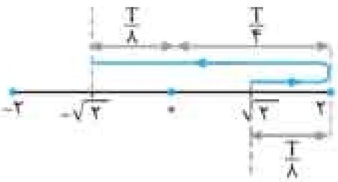
$$F_N = F \Rightarrow F_N = 32N$$

گام دوم: می‌دانیم نیروی دیوار بر جسم از رابطهٔ $R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$ به‌دست می‌آید، پس می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{24^2 + 32^2} \Rightarrow R = 40N$$

نیروی کتاب بر دیواره نیز برایند همین نیرو و برابر $40N$ است.

۲۰۵۶. گزینهٔ ۴ **گام اول:** چون جسم در لحظهٔ $t = 0$ در جهت مثبت حرکت می‌کند و از مکان $+\sqrt{2}cm$ عبور کرده و سپس به مکان $-\sqrt{2}cm$ می‌رسد، پس مطابق شکل مدت زمان‌های $\frac{T}{8}$، $\frac{T}{4}$ و $\frac{T}{8}$ را طی می‌کند.



گام دوم: چون $f = \frac{1}{4}Hz$ است، $T = 4s$ می‌باشد. مدت زمان موردنظر برای این جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{4}{8} + \frac{4}{4} + \frac{4}{8} = 2s$$

گام سوم: از رابطهٔ $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$V_{av} = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}\frac{cm}{s} \Rightarrow |V_{av}| = \sqrt{2}\frac{cm}{s}$$

۲۰۵۷. گزینهٔ ۲ می‌دانیم بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی کل آن است. بنابراین با توجه به اینکه $E = U + K$ و $K = \frac{1}{2}mV^2$ است، به‌صورت زیر V را می‌یابیم:

$$E = U + K \xrightarrow[U=0/4mJ]{E=K_{max}=0/8mJ} 4\times 10^{-4} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{10}\times V^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 80\times 10^{-4} \Rightarrow V = 4\sqrt{5}\times 10^{-2}\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{1m=10^2cm} V = 4\sqrt{5}\frac{cm}{s}$$

۲۰۵۸. گزینهٔ ۳ با استفاده از رابطهٔ تغییر تراز شدت صوت به‌صورت زیر، تغییر تراز شدت صوت را می‌یابیم:

$$\Delta\beta = 10\log\frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=1000=10^3} \Delta\beta = 10\log 10^3$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 30\log 10 \xrightarrow{\log 10 = 1} \Delta\beta = 30\times 1 \Rightarrow \Delta\beta = 30dB$$

تراز شدت صوت ۳۰ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۲۰۵۹. گزینهٔ ۱ **گام اول:** با توجه به شکل می‌توان دریافت که $\frac{\lambda}{2}$ برابر $20\,cm$ است، پس طول‌موج برابر $40cm$ می‌باشد:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40cm$$