۱ ۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۱ — دانش فیزیک و مدل‌سازی پدیده‌ها در آن (تست‌های ۱ تا ۱۲)

شناخت دانش فیزیک

فیزیک از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالودهٔ تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هاست که به طور مستقیم یا غیر مستقیم در زندگی روزمرهٔ ما نقش دارد. در رابطه با دانش فیزیک، به موارد زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱ از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لازم است درستی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش بررسی شوند.

۲ نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نبوده و دچار تغییر می‌شوند.

۳ ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، از نقاط قوت دانش فیزیک محسوب می‌شود.

۴ تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.

۵ مفهوم قانون و اصل در فیزیک:

قانون: گزارهٔ کلی و در عین حال مختصر است که برای دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبر می‌باشد (مانند قوانین نیوتون).

اصل: برای توصیف دامنهٔ محدودتری از پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کم‌تری دارند، از اصل استفاده می‌کنیم (مانند اصل پاسکال).

مدل‌سازی در فیزیک

پدیده‌های فیزیکی که در اطراف ما رخ می‌دهند، پیچیدگی‌های بسیاری را به همراه دارند. از این‌رو برای تحلیل آن‌ها، باید بتوانیم کمی آن‌ها را ساده‌تر کنیم. مدل‌سازی در فیزیک، فرایندی است که در طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. البته در عین حال نباید به اصل مسأله خدشه‌ای وارد شود. در واقع فقط عوامل اصلی و تعیین‌کننده را لحاظ کرده و از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم.

برای درک بهتر مدل‌سازی در فیزیک به مثال زیر توجه کنید:

مثال **مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا:**

یک توپ بسکتبال پرتاب‌شده در هوا را درنظر بگیرید. در حرکت این توپ عوامل بسیار زیادی تأثیرگذار هستند. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

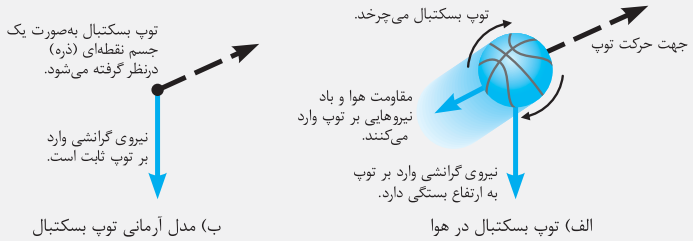
توپ کاملاً به شکل کروی نیست، مقاومت هوا در مسیر توپ وجود دارد، توپ در طی حرکتش به دور خود نیز می‌چرخد، وزن توپ با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند و ...

اگر ما بخواهیم اثر تمام این عوامل را لحاظ کنیم، تحلیل ما بسیار پیچیده و مشکل می‌شود. از این‌رو با یک مدل‌سازی ساده‌تر می‌توان موارد زیر را درنظر گرفت:

توپ را همانند یک جسم نقطه‌ای یا ذره در خلأ درنظر گرفته که اثر عوامل ذکرشده (مانند مقاومت هوا و اثر وزش باد) را دیگر لحاظ نمی‌کنیم.

هم‌چنین از تغییر وزن آن در اثر تغییر ارتفاع نیز صرف‌نظر می‌کنیم.

از این‌رو می‌توانیم به راحتی به تحلیل حرکت آن بپردازیم.



نمونه‌های کامل‌تر از مدل‌سازی رو تو تستای این قسمت براتون اُوردیم تا رو این بحث کاملاً مسلط بشید...

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از طبیعت پیرامون داشته است، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲ ۳ دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. سایر گزینه‌ها در رابطه با مفاهیم قانون و اصل در علم فیزیک صحیح هستند.

gajmarket.com

۳ ۳ مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که در آن اثرهای مهم و تعیین‌کننده برای یک پدیدهٔ فیزیکی در نظر گرفته می‌شود و پدیده‌ها تا حد امکان ساده‌سازی می‌شوند نه جزئی‌سازی. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

۴ ۴ هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. برای مثال، اگر به‌جای مقاومت هوا، نیروی جاذبهٔ زمین را نادیده می‌گرفتیم، آن‌گاه مدل ما پیش‌بینی می‌کرد که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می‌رود! این توضیحات یعنی نمی‌توان از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر کرد.

۲ ۵ برای مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، اثرهای جزئی‌تر را نادیده می‌گیریم. هنگامی که یک گلولهٔ سنگین و کوچک را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، عامل اصلی حرکت آن، نیروی وزن است و از نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت آن می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

تذکر اگر مقاومت هوا در برابر سقوط قطرهٔ باران وجود نداشته باشد، تندی حرکت قطره بر روی سطح زمین بسیار زیاد می‌شود، به طوری که با برخورد آن به زمین صدمه‌های بسیاری ایجاد می‌شود. هم‌چنین عاملی که باعث می‌شود تندی چترباز کاهش یابد تا در اثر سقوط به شخص صدمه وارد نشود، نیروی مقاومت هوا است. بنابراین مقاومت هوا عاملی مهم در نحوهٔ حرکت چترباز بوده و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

۲ ۶ هنگام مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی، فقط می‌توانیم آثار جزئی را نادیده بگیریم. با توجه به این‌که ارتفاع درخت کم است، تغییرات شتاب جاذبه (g) و در نتیجه تغییرات وزن برگ (mg)، هنگام پایین آمدن قابل صرف‌نظر کردن است. دقت کنید که با توجه به این‌که سطح مقطع برگ، بزرگ و جرم آن کم است، بنابراین در مورد حرکت برگ نمی‌توانیم از اثر مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم، چون عاملی مهم و تعیین‌کننده در نحوهٔ حرکت برگ است.

۲ ۷ در هنگام سقوط برگ، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می‌شوند که جهت نیروی وزن به سمت پایین و جهت نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت برگ، یعنی به سمت بالا است. با توجه به آن‌که برگ با شتاب به سمت پایین می‌آید، نیروی وزن وارد بر آن از نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر است و می‌توانیم حرکت برگ را به شکل مقابل مدل‌سازی کنیم (طول هر یک از بردارها متناسب با بزرگی آن رسم شده است).

۲ ۸ موارد (۱)، (۳) و (۴)، از اصلی‌ترین مواردی است که در مدل‌سازی‌های حرکت جسم بر روی سطح افقی لحاظ می‌شود، اما کم شدن جرم بر اثر ساییدگی بسیار ناچیز است و لزومی ندارد این موضوع در مدل‌سازی لحاظ شود.

۳ ۹ برای مدل‌سازی بهتر حرکت جسم، باید از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرده و اثرهای مهم و تعیین‌کننده را لحاظ کنیم. با توجه به این‌که جسم به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین نیروی دست شخص باید بیشتر از نیروی اصطکاک باشد، پس گزینهٔ (۳) صحیح است (دقت شود برای مدل‌سازی حرکت این جسم، آن را به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم).

۳ ۱۰ در مدل‌سازی حرکت کمد بر روی سطح شیبدار، نیروی وزنِ کمد، نیرویی که شخص به کمد وارد می‌کند و زاویهٔ سطح شیبدار (θ)، عوامل اصلی مؤثر بر حرکت کمد هستند. سایر عوامل مانند شکل کمد، مقاومت هوا و تغییرات وزنِ کمد هنگام بالا رفتن، جزئی هستند و می‌توانیم از آن‌ها صرف‌نظر کنیم.

۳ ۱۱ نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به دور زمین بچرخد، نیروی گرانش بین ماهواره و زمین است و در نتیجه در مدل‌سازی حرکت ماهواره به دور زمین، نمی‌توانیم از این عامل چشم‌پوشی کنیم. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۴ ۱۲ با توجه به علوم پایهٔ هشتم، لیزر یک منبع نور گسترده است که آن را به‌دلیل کوچک بودن، منبع نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. از سوی دیگر، پرتوها به‌صورت واگرا می‌باشند که چون در لیزر واگرایی زیاد نیست، برای سادگی آن‌ها را موازی درنظر می‌گیریم، پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

۴ ۱۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۲ — **کمیت‌ها و یکاهای مختلف فیزیکی** — (تست‌های ۱۳ تا ۲۸)

تو این قسمت، اول مفاهیم کمیت و یکا رو می‌شناسیم و بعدش میریم سراغ دسته‌بندی‌های مختلف اونا. آخر کاری هم، رو مفهوم سازگاری یکاها تو یه معادلهٔ دلخواه کار می‌کنیم ...

کمیت و یکا

ابتدا شما را با دو تعریف مهم کمیت و یکا در این فصل آشنا می‌کنیم:

کمیت: هر پدیدهٔ فیزیکی که قابلیت افزایش یا کاهش داشته باشد و بتوان مقدار آن را اندازه‌گیری کرد، **کمیت** نام دارد.

مثال دمای هوا، فاصلهٔ دو جسم، سرعت یک جسم و ... ، از مواردی هستند که می‌توانند افزایش یا کاهش یابند و می‌توان به آن‌ها مقدار اختصاص داد و در نتیجه کمیت محسوب می‌شوند.

تذکر پدیده‌هایی مانند خوشحالی یک نفر، شور و اشتیاق افراد برای انجام یک کار و ... که مقدار آن‌ها را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد، **کیفیت** نامیده می‌شود.

یکا: یکای هر کمیت، مقدار ثابتی از همان کمیت است که واحد اندازه‌گیری آن کمیت محسوب می‌شود. به‌طور مثال یکای کمیت فاصلهٔ دو جسم، متر است و یا یکای اندازه‌گیری سرعت یک جسم، $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ است.

دقت: اگر برای هر کمیت یکای تعریف شده و معینی نداشته باشیم، ارقام حاصل از اندازه‌گیری آن برای ما بی‌معنا خواهد بود. مثلاً ما یک متر را می‌شناسیم و به همین دلیل ارتفاع ۲۰ متری برای یک درخت را می‌توانیم تجسم کنیم.

تذکر یکای انتخاب شده برای یک کمیت، باید مقداری ثابت بوده و در شرایط فیزیکی مختلف تغییر نکند. هم‌چنین باید قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد.

کمیت و یکاهای اصلی و فرعی

همان‌طور که می‌دانیم بین کمیت‌های مختلف توسط قوانین فیزیک، روابط ریاضی برقرار می‌شود. این روابط به ما اجازه می‌دهند بعضی از کمیت‌ها را برحسب کمیت‌های دیگر بیان کنیم و نیازی به تعریف تعداد زیادی کمیت و یکای اصلی نداشته باشیم. از این رو کمیت‌ها را به دو دستهٔ اصلی و فرعی تقسیم می‌کنیم:

۱) کمیت‌هایی که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند و می‌توانیم تمام کمیت‌های دیگر را برحسب آن‌ها تعریف کنیم، **کمیت‌های اصلی** نام دارند و به یکای آن‌ها **یکای اصلی** می‌گوییم.

در فیزیک دبیرستان، معمولاً از سیستم بین‌المللی (SI) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها استفاده می‌شود. کمیت‌های اصلی تعریف‌شده در این سیستم، به همراه یکای (واحد) آن کمیت‌ها در جدول زیر آورده شده است:

کمیت اصلی	جرم (m)	طول (L)	زمان (t)	دما (T)	مقدار ماده (M)	جریان الکتریکی (I)	شدت روشنایی (I_v)
یکای اصلی مرتبط	کیلوگرم (kg)	متر (m)	ثانیه (s)	کلوین (K)	مول (mol)	آمپر (A)	کندلا (cd)

۲) سایر کمیت‌های فیزیک، کمیت‌هایی هستند که یکای (واحد) آن‌ها مستقل نبوده و یکای آن‌ها برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. این کمیت‌ها، **کمیت‌های فرعی** نام دارند و در جدول زیر، برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها آورده شده است. به وابستگی یکای این کمیت‌ها به یکاهای اصلی دقت کنید:

چند کمیت فرعی	سرعت	شتاب	فشار	حجم	سطح
یکای مرتبط	متر بر ثانیه m/s	متر بر مجذور ثانیه m/s^2	پاسکال یا کیلوگرم بر متر مجذور ثانیه Pa یا $kg/m.s^2$	مترمکعب m^3	مترمربع m^2

نکته در برخی از مواقع در سؤالات خواسته می‌شود که یکای یک کمیت فرعی را برحسب یکاهای فرعی و اصلی دیگر بیان کنیم، به‌عنوان یک روش ساده برای پاسخ به این‌گونه سؤالات، ابتدا با توجه به گزینه‌ها، یک رابطهٔ فیزیکی مناسب را بین آن‌ها به‌خاطر آورده و پارامتری که واحد آن موردنظر ماست را در یک طرف تساوی نگه داشته و سایر پارامترها را به‌طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم. در ادامه و به جای کمیت‌های رابطه، یکای آن‌ها را می‌گذاریم تا یکای (واحد) کمیت موردنظرمان را به‌دست آوریم.

تمرین۱ **واحد کمیت سرعت را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟**

پاسخ رابطه‌ای از سرعت را به‌خاطر می‌آوریم، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \text{واحد سرعت} \equiv \frac{\text{واحد } \Delta x \text{ (جابه‌جایی)}}{\text{واحد } \Delta t \text{ (زمان)}} \equiv \frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}} (m/s)$$

تمرین۲ **واحد کمیت نیرو (یعنی نیوتون) را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟**

پاسخ با توجه به رابطهٔ $F = ma$، می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow \text{(واحد نیرو (نیوتون)} \equiv \text{(واحد جرم)} \times \text{(واحد شتاب)} \Rightarrow N \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

کمیت‌های نرده‌ای و برداری

در فیزیک کمیت‌ها از یک دیدگاه دیگر به دو دستهٔ نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند. در ادامه می‌خواهیم با این کمیت‌ها آشنا شویم:

gajmarket.com

کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها از یک عدد و یکای مناسب آن کمیت استفاده می‌کنیم و جمع، تفریق و ضرب آن‌ها از قوانین جبری پیروی می‌کند، **کمیت‌های نرده‌ای** محسوب می‌شوند.

کمیت نرده‌ای طول: ۱۶۵ (عدد) cm (یکا)

تذکر برخی از کمیت‌های نرده‌ای مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

زمان، جرم، طول، تندی، دما، فشار، حجم، مساحت، چگالی، مقاومت، ولتاژ، شدت جریان، بار الکتریکی، انرژی، کار، توان و ...

کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب آن کمیت، از جهت نیز استفاده می‌شود و این کمیت‌ها از قاعدهٔ جمع برداری نیز پیروی می‌کنند، **کمیت‌های برداری** نام دارند.

کمیت برداری شتاب: ۱۰ (عدد) $\frac{m}{s^2}$ (یکا) (به طرف شرق) (جهت)

تذکر برخی از کمیت‌های برداری مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ...

تذکر از حاصل‌ضرب یک کمیت نرده‌ای در یک کمیت برداری، یک کمیت برداری جدید به‌دست می‌آید. به‌طور مثال کمیت برداری نیرو، از حاصل‌ضرب جرم که یک کمیت نرده‌ای است در کمیت برداری شتاب به‌دست می‌آید. در مورد جهت بردارها نیز داریم:

$\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow[\text{مثبت است.}]{\text{جرم، عددی}}$ $\vec{F}$ و $\vec{a}$، همواره در جهت یک‌دیگر هستند.

$\vec{A} = K\vec{M} \xrightarrow[\text{منفی باشد.}]{K \text{ اگر}}$ $\vec{A}$ و $\vec{M}$، همواره در خلاف جهت یک‌دیگر هستند.

سازگاری یکاها در یک رابطهٔ فیزیکی

به‌طور کلی در یک رابطهٔ فیزیکی، یکاهای طرفین رابطه باید با یک‌دیگر معادل باشند. برای این منظور، اگر بخواهیم طرفین یک رابطه برحسب یکاهای SI باشد، باید یکای کمیت‌های داده‌شده در رابطه را به یکاهای SI تبدیل کنیم. به‌عنوان مثال اگر جرم یک جسم برابر ۱۰۰ گرم و شتاب آن برابر ۲ متر بر مربع ثانیه باشد، به منظور سازگاری یکاها در دو طرف رابطهٔ $F = ma$، باید یکای جرم را برحسب کیلوگرم بنویسیم. در این صورت یکای نیرو را می‌توان برحسب یکای نیوتون بیان کرد:

$$F = ma = (\underbrace{0/1}_{\text{جرم برحسب کیلوگرم}}\ \underbrace{kg}_{\text{یکای SI جرم}}) \times \left(2\ \underbrace{\frac{m}{s^2}}_{\text{یکای SI شتاب}}\right) = \underbrace{0/2N}_{\text{یکای SI نیرو}}$$

برای درک بهتر سازگاری یکاها تو یه معادله، به مثال زیر توجه کنید:

مثال **اگر در معادلهٔ $x = at^2 + bt + c$، نماد x معرف طول و نماد t معرف زمان باشد، یکاهای مربوط به a، b و c را به دست آورید.**

موضوع بسیار مهمی که باید به آن توجه داشته باشیم این است که اگر چند عبارت را بتوان با هم جمع کرد، لزوماً یکاهای هر کدام از آن‌ها باید با یک‌دیگر برابر باشد.

با توجه به این موضوع، یکای هر کدام از عبارت‌های at^2، bt و c اولاً باید با هم یکسان باشد تا این عبارات با هم جمع‌پذیر باشند، ثانیاً با توجه به این‌که عبارت سمت چپ رابطه، معرف طول (x) می‌باشد، یکای هر کدام از عبارت‌های سمت راست نیز باید برحسب متر (m) باشد و در نهایت می‌توان گفت:

$$\underbrace{x}_{\text{برحسب متر (m)}} = \underbrace{at^2}_{m} + \underbrace{bt}_{m} + \underbrace{c}_{m} \Rightarrow \begin{cases} x \text{ یکای } \equiv at^2 \text{ یکای عبارت } \Rightarrow m \equiv (a \text{ یکای}) \times (s)^2 \Rightarrow a \text{ یکای } \equiv \frac{m}{s^2} \\ x \text{ یکای } \equiv bt \text{ یکای عبارت } \Rightarrow m \equiv (b \text{ یکای}) \times (s) \Rightarrow b \text{ یکای } \equiv \frac{m}{s} \\ x \text{ یکای } \equiv c \text{ یکای عبارت } \Rightarrow c \text{ یکای} \equiv m \end{cases}$$

مجموعهٔ یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند که معمولاً یکاهایی هستند که در مجامع علمی دنیا مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکای کمیت‌های اصلی به صورت مستقل تعریف می‌شود و یکای کمیت‌های فرعی را می‌توان برحسب یکاهای اصلی تعیین کرد، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۴ ۳ قوانین فیزیک با کمک **روابط ریاضی**، کمیت‌های مختلف فیزیکی را به یک‌دیگر مرتبط می‌سازند. با توجه به این موضوع، یکای کمیت‌های فرعی برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شوند و نیازی به تعریف تعداد زیادی یکا (واحد) برای کمیت‌های مختلف نمی‌باشد.

۱۵ **۳** یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین‌شده برای آن تغییر نکند و قابلیت تولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. هم‌چنین اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف‌شدن یکای مستقل برای آن‌ها می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

۱۶ **۲** اگر یکای طول را به صورت فاصلهٔ نوک بینی تا نوک انگشتان و یکای زمان را تعداد ضربان قلب شخص در نظر بگیریم، مشکل اصلی این انتخاب، آن است که این یکاها کاملاً تغییرپذیر است. از این‌رو این موارد را نباید یکای کمیت‌های طول و زمان در نظر گرفت.

۱۷ **۲** کمیت‌های زمان، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده از کمیت‌هایی اصلی هستند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست بوده و گزینهٔ (۲) پاسخ این سؤال است.

۱۸ **۴** دما، جریان الکتریکی و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است. دقت کنید که کمیت‌های نیرو، فشار و سرعت از کمیت‌های فرعی می‌باشند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست است.

۱۹ **۳** طول و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، در حالی که مساحت یک کمیت فرعی است، زیرا یکای آن (مترمربع) وابسته به یکای طول یعنی متر (m) است.

تذکر

در مورد نیرو نیز همین موضوع برقرار است و یکای آن برحسب کمیت‌های فرعی بیان می‌شود:

$$F = ma \Rightarrow \text{واحد نیرو} \equiv \text{کیلوگرم} \times \frac{\text{متر}}{\text{مجذور ثانیه}} \Rightarrow 1N \equiv 1kg.m/s^2$$

۲۰ **۳** با توجه به تعریف کمیت و یکا که در خلاصه نکات (۲) به آن اشاره کردیم و هم‌چنین با در نظر گرفتن جدول زیر، گزینهٔ (۳) صحیح است.

کمیت اصلی	جرم	طول	زمان	دما	مقدار ماده	شدت جریان	شدت روشنایی
یکای اصلی	کیلوگرم	متر	ثانیه	کلوین	مول	آمپر	کندلا

۲۱ **۴** کمیت‌های انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار که در گزینهٔ (۴) مطرح شده‌اند، همگی از کمیت‌های فرعی و نرده‌ای محسوب می‌شوند. دقت کنید که جرم از کمیت‌های اصلی و نیرو، میدان مغناطیسی و شتاب از کمیت‌های برداری هستند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

۲۲ **۳** از بین کمیت‌های داده‌شده، کمیت‌های سرعت و نیرو کمیتی برداری و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند (بنابراین ۲ کمیت برداری است).
هم‌چنین از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های دما، زمان و طول کمیتی اصلی و سایر کمیت‌ها فرعی هستند (بنابراین ۳ کمیت اصلی است).

۲۳ **۲** برای حل این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

(۱)

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \underbrace{kg}_{\text{یکای جرم}} . \underbrace{\frac{m}{s^2}}_{\text{یکای شتاب}}$$

(۲)

$$W = Fd \Rightarrow \text{یکای کار یا انرژی} \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای جابه‌جایی} \Rightarrow J \equiv kg.\frac{m}{s^2} \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

$$\text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2} \qquad \text{یکای مساحت} \equiv m^2$$

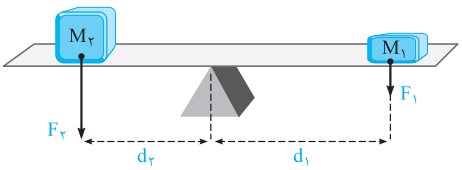
بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. طبق علوم پایهٔ نهم: $P = \frac{F}{A} \Rightarrow \text{یکای فشار} \equiv \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}} = \frac{kg.\frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg}{m.s^2}$

(۳) شدت روشنایی کمیتی اصلی است و یکای آن کَندِلا (شمع) است.

(۴) تندی یک جسم برابر مسافت طی شده توسط آن در واحد زمان است و یکای آن m/s می‌باشد.

$$\text{یکای تندی} \equiv \frac{\text{یکای مسافت}}{\text{یکای زمان}} = \frac{m}{s}$$

۲۴ **۲** گشتاور نیرو عاملی است که باعث چرخش می‌شود. مثلاً در شکل مقابل، نیروی وزن وارد بر هر یک از وزنه‌ها سعی در چرخاندن اهرم روی تکیه‌گاه دارد.



گشتاور نیرو کمیتی برداری است و همان‌گونه که در علوم پایهٔ نهم خوانده‌اید، بزرگی آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

یکای نیرو × یکای فاصله ≡ یکای گشتاور نیرو ⇒ اندازهٔ نیرو × فاصلهٔ نقطه اثر نیرو تا محور چرخش = اندازهٔ گشتاور نیرو

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2} \Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv m \times \left(kg.\frac{m}{s^2}\right) = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

gajmarket.com

۲۵ ۳ برای حل این سؤال، یکاهای انرژی و نیرو را برحسب یکاهای اصلی محاسبه می‌کنیم:

محاسبهٔ یکای نیرو: $F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$

محاسبهٔ یکای انرژی: $\text{کار} = \text{نیرو} \times \text{جابه‌جایی} \Rightarrow \text{یکای انرژی (یا کار)} \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای جابه‌جایی} \Rightarrow \text{یکای انرژی} \equiv kg.\frac{m}{s^2} \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تعریف یکای کمیت‌های نیرو و انرژی، از ۳ یکای اصلی kg، m و s استفاده می‌کنیم، بنابراین $\alpha = \beta = ۳$ است. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{۳}{۳} = ۱$

۲۶ ۳ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: یکای نیرو در SI برابر است با: $F = ma \Rightarrow \text{یکای } F \equiv kg.\frac{m}{s^2}$

گام دوم: یکای پارامتر k برابر است با (یکای مکان متحرک (x) در SI، متر است):

$$k = -\frac{F}{x} \Rightarrow \text{یکای } k \equiv \frac{kg.\frac{m}{s^2}}{m} \equiv \frac{kg}{s^2}$$

این موضوع یعنی یکای k، معادل با کیلوگرم بر مربع ثانیه است.

۲۷ ۳ برای حل این سؤال، یکای نیرو را برحسب یکاهای kg، m و s به‌دست می‌آوریم.

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2} = \underset{b}{kg^{۱}} \times \underset{c}{m^{۱}} \times \underset{d}{\left(\frac{۱}{s}\right)^{۲}} \Rightarrow \alpha = ۱\ ,\ \beta = ۱\ ,\ \gamma = ۲$$

۲۸ ۴ می‌دانیم وقتی کمیتی برابر حاصل جمع چند کمیت دیگر است، یکای هر یک از جملات جمع‌شونده باید با یکای این کمیت برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$A = \frac{B^2}{C} + CDE \Rightarrow \text{یکای } A \equiv \left(\frac{B^2}{C}\right) \text{یکای} \Rightarrow J \equiv \frac{\text{یکای } B^2}{kg}$$

با توجه به رابطهٔ $W = Fd$، می‌دانیم که یکای ژول معادل $kg.\frac{m^2}{s^2}$ است، بنابراین داریم:

$$kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv \frac{\text{یکای } B^2}{kg} \Rightarrow \text{یکای } B^2 \equiv kg^2.\frac{m^2}{s^2}$$

از طرفی یکای A با یکای CDE نیز باید برابر باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\text{یکای } A \equiv (\text{یکای } CDE) \Rightarrow J \equiv kg \times (\text{یکای } DE) \Rightarrow kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv kg \times (\text{یکای } DE) \Rightarrow \text{یکای } DE \equiv \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \text{یکای کمیت} \left(\frac{B^2}{DE}\right) \equiv \frac{\text{یکای } B^2}{\text{یکای } DE} = \frac{kg^2.\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} = kg^2$$

۲۹ ۱ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۳ — آشنایی با پیشوندها و نمادگذاری علمی (تست‌های ۲۹ تا ۴۴)

در این خلاصه نکات می‌خواهیم سه مهارت پرکاربرد زیر را به‌دست آوریم:

مهارت اول (استفاده از پیشوندها)

در فیزیک گاهی اوقات که کمیت اندازه‌گیری‌شده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ است، اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع از پیشوندها استفاده می‌کنیم، این پیشوندها همگی به‌صورت ۱۰^n هستند و کار ما را در نوشتن اعداد ساده‌تر می‌سازند. به‌عنوان مثال به جای این‌که بگوییم ۱۰۰۰ متر، می‌گوییم یک کیلومتر یا به جای ۰/۰۱ متر از یک سانتی‌متر استفاده می‌کنیم.

تذکر پیشوندهای مورد استفاده در فیزیک می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد (برای مقادیر بزرگ) و یا کوچک‌تر از واحد (برای مقادیر کوچک) باشند. در زیر پیشوندهای مهم را آورده‌ایم:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد ⇐

نام	دکا	هکتو	کیلو	مگا	گیگا	ترا
نماد	da	h	k	M	G	T
معنا	$\times ۱۰^۱$	$\times ۱۰^۲$	$\times ۱۰^۳$	$\times ۱۰^۶$	$\times ۱۰^۹$	$\times ۱۰^{۱۲}$

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد ⇐

نام	دسی	سانتی	میلی	میکرو	نانو	پیکو
نماد	d	c	m	μ	n	p
معنا	$\times ۱۰^{-۱}$	$\times ۱۰^{-۲}$	$\times ۱۰^{-۳}$	$\times ۱۰^{-۶}$	$\times ۱۰^{-۹}$	$\times ۱۰^{-۱۲}$

پیشوندهای دیگه‌ای هم هست که نسبت به پیشوندهایی که گفتیم کاربردش کم‌تره و حفظی نیست، چندتاشو ببینید:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد ⇐

نام	یوتا	زِتا	اِگزا	پِتا
نماد	Y	Z	E	P
معنا	$\times ۱۰^{۲۴}$	$\times ۱۰^{۲۱}$	$\times ۱۰^{۱۸}$	$\times ۱۰^{۱۵}$

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد ⇐

نام	یوکتو	زِپتو	اَتو	فِمتو
نماد	y	z	a	f
معنا	$\times ۱۰^{-۲۴}$	$\times ۱۰^{-۲۱}$	$\times ۱۰^{-۱۸}$	$\times ۱۰^{-۱۵}$

مهارت دوم (نمایش عددها به کمک نمادگذاری علمی)

یک روش دیگر جهت نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، استفاده از نمادگذاری علمی است. در این روش مقدار یک پارامتر را به‌صورت $A = a \times ۱۰^{\pm n}$ نمایش داده که a یک عدد حقیقی $(۱ \le a < ۱۰)$ و n یک عدد طبیعی است. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

توجه

(۱) $۰/۰۰۰۰۰۱۲ = ۱/۲ \times ۱۰^{-۶}$ (۶ رقم)

(۲) $۱۲۰۰۰۰ = ۱/۲ \times ۱۰^{۵}$ (۶ رقم)

(۳) $۰/۰۰۴۰۸۰۱ = ۴/۰۸۰۱ \times ۱۰^{-۳}$ (۳ رقم)

(۴) $۱۰۳۴۸۰۰۱ = ۱/۰۳۴۸۰۰۱ \times ۱۰^{۷}$ (۷ رقم)

مثال‌های (۱) و (۳) ⇐ $(n < ۰)۱۰^{n}$ ⇐ ممیز را به سمت راست (جلو) جابه‌جا کنیم

مثال‌های (۲) و (۴) ⇐ $(n > ۰)۱۰^{n}$ ⇐ ممیز را به سمت چپ (عقب) جابه‌جا کنیم

مهارت سوم (استراتژی تبدیل یکا در فیزیک)

در بسیاری از اوقات در حل مسائل فیزیکی، باید یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر تبدیل کنیم. به‌طور مثال فرض کنید می‌خواهیم ۱۲ سانتی‌متر را برحسب متر بازنویسی کنیم. در این مواقع، از دو استراتژی زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

استراتژی ۱: همان‌طور که می‌دانیم هر سانتی‌متر، $۱۰^{-۲}$ متر است. بنابراین خیلی سریع به کمک شیوهٔ زیر عمل می‌کنیم:

$$۱\,\text{c}\,\text{m} \equiv ۱ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۱۰^{-۲}\,\text{m} \quad (\text{یعنی } ۱۰^{-۲})$$

$$x = ۱۲\,\text{cm} \xrightarrow[\text{به متر}]{\text{تبدیل سانتی‌متر}} x = ۱۲ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۰/۱۲\,\text{m}$$

استراتژی ۲: در این روش که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، از یک **تبدیل زنجیره‌ای** استفاده می‌کنیم. برای این منظور، اندازهٔ کمیت موردنظر را در یک **عامل تبدیل** (یعنی نسبتی از یکاها که برابر **یک** است) ضرب می‌کنیم. برای مثال، چون $۱\,\text{m}$ برابر $۱۰۰\,\text{cm}$ است، داریم:

$$\frac{۱\,\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}} = ۱ \quad , \quad \frac{۱۰۰\,\text{cm}}{۱\,\text{m}} = ۱$$

بنابراین، هر دو کسر بالا که برابر یک هستند را می‌توان به عنوان عامل تبدیل به‌کار برد (دقت کنید که ذکر یکاها در صورت و مخرج کسر الزامی است). از آنجا که ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازهٔ آن کمیت را تغییر نمی‌دهد، هرگاه عامل تبدیلی را مناسب بدانیم، می‌توانیم از آن برای تبدیل یکا استفاده کنیم. برای مثال، یکای cm را در عدد $۱۲\,\text{cm}$، به‌صورت زیر به m تبدیل می‌کنیم:

$$۱۲\,\text{cm} = (۱۲\,\text{cm})(۱) = (۱۲\,\text{cm})\underbrace{\left(\frac{۱\,\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}}\right)}_{\text{عامل تبدیل}} = ۰/۱۲\,\text{m}$$

gajmarket.com

برای تسلط بیشتر بر روی مفاهیم فوق، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ **۷۲ کیلومتر بر ساعت چند متر بر ثانیه است؟**

پاسخ با هر یک از دو استراتژی مطرح شده در فوق، به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

استراتژی ۱: نحوهٔ حل به شکل زیر است:

$$\text{تندی}: v = ۷۲\frac{km}{h} \xrightarrow[\text{تبدیل ساعت به ثانیه در مخرج}]{\text{تبدیل کیلومتر به متر در صورت}} v = ۷۲ \times \frac{۱۰۰۰m}{۶۰ \times ۶۰s} = ۷۲ \times \frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰}\frac{m}{s} = ۲۰\frac{m}{s}$$

استراتژی ۲: با کمک دو عامل تبدیل، می‌توان $\frac{km}{h}$ را به $\frac{m}{s}$ تبدیل کرد:

$$v = ۷۲\frac{km}{h} = \left(۷۲\frac{km}{h}\right) \times (۱) \times (۱) = \left(۷۲\frac{km}{h}\right) \times \underbrace{\left(\frac{۱h}{۳۶۰۰s}\right)}_{\text{تبدیل h به s}} \times \underbrace{\left(\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\right)}_{\text{تبدیل km به m}} = ۲۰\frac{m}{s}$$

تذکر در تمرین ۱، از شیوهٔ تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ در استراتژی دوم که مدنظر کتاب پایهٔ دهم است، موارد بسیار مهم زیر برداشت می‌شود:

۱) با توجه به این‌که یکای km به m و یکای h به s باید تبدیل شود، عملاً به دو عامل تبدیل نیاز داریم.

۲) در نوشتن عامل تبدیل مرتبط با تبدیل واحد h به s، چون h در مخرج یکای $\frac{km}{h}$ است، در عامل تبدیل برای ساده شدن، h باید در صورت و s در مخرج باشد. همین تفکر برای km نیز حاکم است. به ساده شدن‌ها در رابطهٔ زیر توجه کنید:

$$۷۲\frac{km}{h} = ۷۲\frac{km}{h} \times \frac{۱h}{۶۰ \times ۶۰s} \times \frac{۱۰۰۰m}{۱km} = ۲۰\frac{m}{s}$$

(ثانیه می‌ماند — متر می‌ماند)

تمرین ۲ **جرم جسمی ۰/۰۰۵ میلی‌گرم اندازه‌گیری شده است. جرم این جسم به‌صورت نمادگذاری علمی چند مگاگرم است؟**

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا میلی‌گرم را به گرم و سپس گرم را به مگاگرم تبدیل می‌کنیم:

$$m = ۰/۰۰۵\,mgr = ۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۳}\,gr \xrightarrow[\text{مگاگرم}]{\text{تبدیل گرم به}} m = ۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۶}\,Mgr = ۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۹}\,Mgr$$

تذکر به‌طور کلی این‌گونه به‌خاطر بسپاریم که برای تبدیل واحد بزرگ مگاگرم به واحد کوچک گرم (قطعه‌های کوچک‌تر) باید تعداد آن‌ها افزایش یابد، یعنی باید در $۱۰^{\text{عدد مثبت}}$ ضرب کنیم. از طرفی برای تبدیل واحد کوچک گرم به واحد بزرگ مگاگرم (قطعه‌های بزرگ‌تر) باید تعداد آن‌ها کاهش یابد، یعنی در $۱۰^{\text{عدد منفی}}$ ضرب کنیم.

$$\underbrace{۱Mgr}_{\text{واحد بزرگ}} = ۱۰^{۶}\underbrace{gr}_{\text{واحد کوچک}} \Rightarrow \underbrace{۱gr}_{\text{واحد کوچک}} = ۱۰^{-۶}\underbrace{Mgr}_{\text{واحد بزرگ}}$$

گام دوم: عدد به‌دست آمده را به شیوهٔ نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$m = \underbrace{۰/۰۰۵}_{\text{۳ رقم}} \times ۱۰^{-۹}\,Mgr = ۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۹}\,Mgr = \underbrace{۵}_{۱ \le a < ۱۰} \times ۱۰^{(-۱۲)}\,Mgr$$

(عدد صحیح)

تمرین ۳ **زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق شیوهٔ نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟** (تألیفی)

۱) ۴۰×۱۰^{۶} ۲) ۴×۱۰^{۷} ۳) ۴۰×۱۰^{۳} ۴) ۴×۱۰^{۴}

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا روند تبدیل واحد را انجام می‌دهیم. به‌همین منظور میکروثانیه را به ثانیه و سپس ثانیه را به پیکوثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$t = ۴۰\mu s \xrightarrow[\text{به ثانیه}]{\text{تبدیل میکروثانیه}} t = ۴۰ \times (۱۰^{-۶}\,s) \xrightarrow[\text{به پیکوثانیه}]{\text{تبدیل ثانیه}} t = ۴۰ \times ۱۰^{-۶} \times (۱۰^{۱۲}\,ps) = ۴۰ \times ۱۰^{۶}\,ps$$

حال مقدار به‌دست آمده را به روش نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$t = \underbrace{۴۰}_{\text{یک رقم}} \times ۱۰^{۶}\,ps = ۴ \times ۱۰^{(۱)} \times ۱۰^{۶}\,ps = ۴ \times ۱۰^{۷}\,ps$$ (گزینهٔ ۲)

دقت:

$$۱ps = ۱۰^{-۱۲}s \xrightarrow{\text{یا}} ۱s = ۱۰^{+۱۲}\,ps$$

می‌دانیم که هر لیتر (معادل با) ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است و داریم:

$$V = ۱\,m\,Lit \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل میلی‌لیتر}} V = ۱۰^{-۳}\,Lit \xrightarrow[\text{سانتی‌متر مکعب}]{\text{تبدیل لیتر به}} V = ۱۰^{-۳} \times (۱۰^{۳}\,cm^{۳}) = ۱\,cm^{۳}$$

برای پیدا کردن رابطهٔ بین دسی‌متر مکعب و لیتر داریم ($۱dm = ۱۰^{-۱}m$ (دسی‌متر) یا $۱m = ۱۰dm$):

$$V = ۱\,dm^{۳} \xrightarrow[\text{به مترمکعب}]{\text{تبدیل دسی‌مترمکعب}} V = ۱ \times (۱۰^{-۱}m)^{۳} = ۱۰^{-۳}m^{۳} \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل مترمکعب}} V = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۳}\,Lit = ۱\,Lit$$

۳۰ ۳ ابتدا جرم هسته را برحسب نانوگرم به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{جرم هسته} = ۱۶۷۷ \times ۱۰^{-۳۰}\,\underset{\text{یکای SI جرم}}{kg} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} ۱۶۷۷ \times ۱۰^{-۳۰} \times (۱۰^{۳}\,gr) \xrightarrow{\text{تبدیل ng به gr}} ۱۶۷۷ \times ۱۰^{-۳۰} \times ۱۰^{۳} \times (۱۰^{۹}\,ng) = ۱۶۷۷ \times ۱۰^{-۱۸}\,ng$$

$$\Rightarrow \text{جرم هسته به صورت نمادگذاری علمی} = ۱/۶۷۷ \times ۱۰^{-۱۵}\,ng$$

۳۱ ۳ ابتدا فاصلهٔ بین دو شهر را برحسب پیکومتر (pm) به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{فاصله} = ۷۸\,km \xrightarrow{\text{تبدیل m به km}} ۷۸ \times (۱۰^{۳}\,m) \xrightarrow{\text{تبدیل pm به m}} ۷۸ \times ۱۰^{۳} \times (۱۰^{۱۲}\,pm) = ۷۸ \times ۱۰^{۱۵}\,pm$$

$$\Rightarrow \text{فاصله به صورت نمادگذاری علمی} = ۷/۸ \times ۱۰^{۱۶}\,pm \Rightarrow n = ۱۶$$

۳۲ ۳ برای حل این سؤال، اعداد داده شده در هر یک از گزینه‌ها را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم:

(۱)

$$۱/۲۵ \times ۱۰^{۱۱}\,\mu g \xrightarrow{\text{تبدیل gr به μg}} ۱/۲۵ \times ۱۰^{۱۱} \times (۱۰^{-۶}\,gr) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۱/۲۵ \times ۱۰^{۱۱} \times ۱۰^{-۶} \times (۱۰^{-۳}\,kg) = ۱۲۵\,kg$$

(۲)

$$۵ \times ۱۰^{۷}\,mg \xrightarrow{\text{تبدیل gr به mg}} ۵ \times ۱۰^{۷} \times (۱۰^{-۳}\,gr) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۵ \times ۱۰^{۷} \times ۱۰^{-۳} \times (۱۰^{-۳}\,kg) = ۵۰\,kg$$

(۳)

$$۷/۵ \times ۱۰^{۱۲}\,ng \xrightarrow{\text{تبدیل gr به ng}} ۷/۵ \times ۱۰^{۱۲} \times (۱۰^{-۹}\,gr) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۷/۵ \times ۱۰^{۱۲} \times ۱۰^{-۹} \times (۱۰^{-۳}\,kg) = ۷/۵\,kg$$

(۴)

$$۴/۵ \times ۱۰^{-۴}\,Gg \xrightarrow{\text{تبدیل gr به Gg}} ۴/۵ \times ۱۰^{-۴} \times (۱۰^{۹}\,gr) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۴/۵ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۹} \times (۱۰^{-۳}\,kg) = ۴۵۰\,kg$$

طبق صورت سؤال، حداکثر جرمی که می‌توان بر روی میز شیشه‌ای قرار داد برابر ۲۵kg است. فقط در گزینهٔ (۳)، جرم جسم از ۲۵kg کم‌تر است و در نتیجه شیشهٔ میز نمی‌شکند.

۳۳ ۲ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

۳۴ ۲ برای مقایسهٔ دو مقدار، باید هر دو برحسب یک واحد یکسان بیان شوند؛ بنابراین در هر یک گزینه‌ها، باید کمیت‌ها را با واحد یکسان محاسبه کنیم.

(۱)

$$۳/۸ \times ۱۰^{-۴}\,km \xrightarrow{\text{تبدیل m به km}} ۳/۸ \times ۱۰^{-۴} \times (۱۰^{۳}\,m) \xrightarrow{\text{تبدیل dm به m}} ۳/۸ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۳} \times (۱۰\,dm) = ۳/۸\,dm < ۵۴۰\,dm$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

(۲)

$$۹/۸ \times ۱۰^{۶}\,Mm \xrightarrow{\text{تبدیل m به Mm}} ۹/۸ \times ۱۰^{۶} \times (۱۰^{۶}\,m) \xrightarrow{\text{تبدیل pm به m}} ۹/۸ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰^{۶} \times (۱۰^{۱۲}\,pm) = ۹/۸ \times ۱۰^{۲۴}\,pm < ۲/۷ \times ۱۰^{۲۵}\,pm$$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

(۳)

$$۱۰۰\,\text{هکتار} \xrightarrow{\text{تبدیل هکتار } (hm^{۲}) \text{ به } m^{۲}} ۱۰۰ \times (۱۰۰m)^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } m^{۲} \text{ به دکامتر مربع } (dam^{۲})} ۱۰۰ \times ۱۰^{۴} \times (۱۰^{-۱}\,dam)^{۲} = ۱۰۰۰۰\,dam^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

(۴)

$$۱\,Gm^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } m^{۲} \text{ به } Gm^{۲}} ۱ \times (۱۰^{۹}m)^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } km^{۲} \text{ به } m^{۲}} ۱۰^{۱۸} \times (۱۰^{-۳}\,km)^{۲} = ۱۰^{۱۲}\,km^{۲} > ۱۰۰۰\,km^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۳۵ ۱ ابتدا حجم و ضخامت گلبول قرمز را به ترتیب برحسب $m^{۳}$ و m محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم}: V = ۱۰^{۱۱}\,nm^{۳} = ۱۰^{۱۱} \times (۱۰^{-۹}m)^{۳} = ۱۰^{-۱۶}\,m^{۳}$$

$$\text{ضخامت}: h = ۲/۵\,\mu m = ۲/۵ \times (۱۰^{-۶}\,m) = ۲/۵ \times ۱۰^{-۶}\,m$$

$$V = A.h \Rightarrow ۱۰^{-۱۶} = A \times ۲/۵ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow A = \frac{۱۰^{-۱۶}}{۲/۵ \times ۱۰^{-۶}} = ۴ \times ۱۰^{-۱۱}\,m^{۲}$$

gajmarket.com

با توجه به خواستهٔ سؤال، سطح مقطع را برحسب میلی‌متر مربع محاسبه می‌کنیم:

$$A = ۴\times۱۰^{-۱۱}\,m^۲ \xrightarrow[\text{تبدیل } mm^۲ \text{ به } m^۲]{} ۴\times۱۰^{-۱۱}\times(۱۰^۳\,mm)^۲ = ۴\times۱۰^{-۵}\,mm^۲$$

۳ ۳۶ برای به‌دست آوردن مساحت برحسب مترمربع $(m^۲)$، کافی است طول و عرض آن را برحسب متر (m) بنویسیم و داریم:

$$\begin{cases}\text{عرض صفحه} = ۹\,nm = ۹\times۱۰^{-۹}\,m\\ \text{طول صفحه} = ۰/۲\,\mu m = ۰/۲\times۱۰^{-۶}\,m\end{cases} \Rightarrow \text{مساحت صفحهٔ مستطیلی} = \text{عرض}\times\text{طول} = ۰/۲\times۱۰^{-۶}\times۹\times۱۰^{-۹}\,m^۲ = ۱/۸\times۱۰^{-۱۵}\,m^۲$$

دقت کنید که مقدار به‌دست آمده برای مساحت با توجه به شیوهٔ نمادگذاری علمی صحیح است و نیاز به اصلاح ندارد.

۴ ۳۷ طبق صورت سؤال در هر ثانیه، $۲۰۰cm^۳$ آب هدر می‌رود، پس در هر ساعت، مقدار $۳۶۰۰\times۲۰۰cm^۳$ آب هدر می‌رود. در نتیجه در مدت زمان ۱۰ ساعت، مقدار $۱۰\times۳۶۰۰\times۲۰۰cm^۳$ آب به هدر خواهد رفت.

$$\text{حجم آب هدر رفته}: V = ۱۰\times۳۶۰۰\times۲۰۰cm^۳ \xrightarrow[\text{تبدیل } cm^۳ \text{ به } lit]{} ۱۰\times۳۶۰۰\times۲۰۰\times(۱۰^{-۳}\,lit) = ۷۲۰۰lit$$

۱ ۳۸ برای محاسبهٔ قد کودک برحسب فوت، با انتخاب عامل تبدیل‌های مناسب، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر کمک می‌گیریم:

$$۱۵۲/۴\,cm = ۱۵۲/۴\,cm\times(۱)\times(۱) = \overset{۶۰}{\cancel{۱۵۲/۴\,cm}}\times\frac{۱\,inch}{\underset{۱}{\cancel{۲/۵۴\,cm}}}\times\frac{۱ft}{۱۲\,inch} = ۵\,ft$$

۳ ۳۹ برای پاسخ دادن به این سؤال، به‌صورت زیر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۳۱۲km = \overset{۳}{\cancel{۳۱۲\,km}}\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱۰۰cm}{۱m}\times\frac{۱\,\text{ذرع}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۴cm}}} = ۳\times۱۰^۵\,\text{ذرع}$$

از طرفی برای نمایش عدد برحسب فرسنگ، در ادامهٔ روند تبدیل زنجیره‌ای، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$۳۱۲km = ۳۱۲\cancel{km}\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱۰۰cm}{۱m}\times\frac{\cancel{۱\,\text{ذرع}}}{۱۰۴cm}\times\frac{۱\,\text{فرسنگ}}{۶۰۰۰\,\text{ذرع}} = ۵\times۱۰^{۱}\,\text{فرسنگ}$$

۳ ۴۰ برای پاسخ دادن به این سؤال، از روش تبدیل زنجیره‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{۲۰۰ قیراط} = ۲۰۰\,\text{قیراط}\times\frac{۲۰۰mgr}{۱\,\text{قیراط}}\times\frac{۱gr}{۱۰۰۰mgr} = ۴۰gr$$

۲ ۴۱ برای حل، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{خروار}\ ۲\times۱۰^۲ = ۲۰۰\,\text{خروار} = ۶۲۲۰۸kg\times\frac{۱\,\text{خروار}}{۱۰۰\,\text{من تبریز}}\times\frac{۱\,\text{من تبریز}}{۶۴۰\,\text{مثقال}}\times\frac{۱\,\text{مثقال}}{\underset{۱}{\cancel{۴/۸۶gr}}}\times\frac{۱۰۰۰gr}{۱kg} = \overset{۱۲۸۰۰}{\cancel{۶۲۲۰۸kg}}$$

۲ ۴۲ یکای نجومی، معادل میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است و این یعنی فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید، برابر $۱AU$ می‌باشد.

۴ ۴۳ **گام اول:** ابتدا تندی ناوشکن را بر حسب متر بر ثانیه بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{تندی ناوشکن} = ۴۰۰\,\text{گره} = ۴۰۰\,\text{گره}\times\frac{\overset{۰/۵}{\cancel{۱}}\,\frac{m}{s}}{۱\ \text{گره}} = ۲۰۰\,\frac{m}{s}$$

گام دوم: در ادامه، مسافت طی‌شده را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = ۲\,\text{مایل} = ۲\,\text{مایل}\times\frac{۱۸۵۰m}{۱\ \text{مایل}} = ۳۷۰۰m$$

گام سوم: زمان موردنظر برابر است با:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۳۷۰۰}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{زمان} = ۱۸/۵s = ۱۸/۵\times۱۰^۶\,\mu s \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \text{زمان} = ۱/۸۵\times۱۰^۷\,\mu s$$

۲ ۴۴ ابتدا حجم آب و سطح مقطع ظرف را به ترتیب برحسب $m^۳$ و $m^۲$ محاسبه می‌کنیم.

$$\text{حجم}: V = ۶\,\text{گالن}\times\frac{۴/۴lit}{۱\,\text{گالن}} = ۲۶/۴lit = ۲۶/۴\times۱۰^{-۳}\,m^۳$$

$$\text{سطح مقطع}: A = \pi R^۲ \simeq ۳\times(۰/۲m)^۲ = ۰/۱۲m^۲$$

$$\Rightarrow V = Ah \Rightarrow ۲۶/۴\times۱۰^{-۳} = ۰/۱۲\times h \Rightarrow h = \frac{۲۶/۴\times۱۰^{-۳}}{۰/۱۲} = ۰/۲۲m = ۲۲۰mm$$

۴۵ ۲ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۴ **دقت اندازه‌گیری** (تست‌های ۴۵ تا ۵۹)

همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌گیری همیشه با خطا همراه است. به‌طور کلی برای افزایش دقت اندازه‌گیری، عوامل زیر تأثیرگذار است:

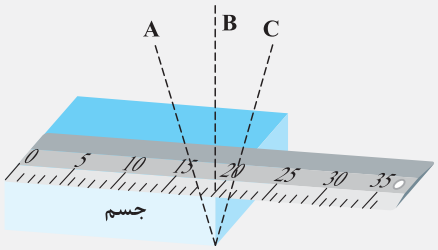
۱) دقت شخص آزمایشگر

۲) تعداد دفعات اندازه‌گیری

۳) کیفیت و دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری مورد استفاده

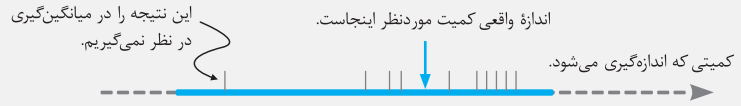
در رابطه با موارد (۱) و (۲)، به نکات کاربردی زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی



۱) مهارت شخص آزمایشگر در قرائت عدد اندازه‌گیری شده، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی دقت اندازه‌گیری داشته باشد. به‌طور مثال در شکل مقابل که تفاوت زاویهٔ دید افراد مختلف را در اندازه‌گیری نشان می‌دهد، شخص B که به‌صورت عمود بر جسم نتیجهٔ اندازه‌گیری را قرائت می‌کند، عملاً بیشترین دقت را در اندازه‌گیری داشته و خطای آن از سایرین کم‌تر است.

۲) برای کاهش خطای ناشی از اندازه‌گیری، می‌توان کمیت موردنظر را چندین‌بار اندازه‌گیری کرد و در نهایت میانگین آن‌ها را به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری آن کمیت درنظر گرفت. البته دقت کنید که اگر در نتایج مختلف اندازه‌گیری، یک یا دو عدد اختلاف زیادی با دیگر اعداد داشته باشند (داده‌های پرت) آن‌ها را حذف کرده و در میانگین‌گیری به‌حساب نمی‌آوریم. به‌طور مثال در شکل زیر که هر یک از خطوط آبی رنگ نتیجهٔ یک اندازه‌گیری می‌باشد، دادهٔ به‌دست آمده در سمت چپ که اختلاف زیادی با بقیهٔ اعداد دارد را حذف کرده و در میانگین‌گیری وارد نمی‌کنیم.

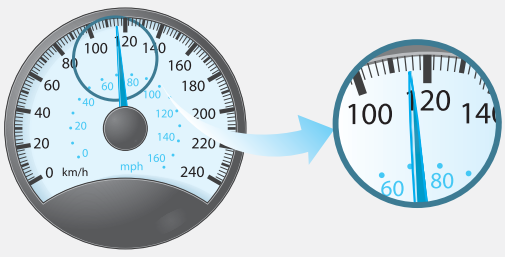


در رابطه با دقت وسایل اندازه‌گیری به ادامهٔ بحث توجه کنید. دقت کنید که برای تعیین دقت اندازه‌گیری، باید به نوع آن دستگاه (یعنی مدرج یا دیجیتالی بودن آن) توجه کنیم. به همین منظور ابتدا به تحلیل دستگاه‌های مدرج و سپس دیجیتال می‌پردازیم:

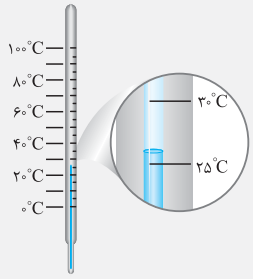
دقت اندازه‌گیری در وسایل درجه‌بندی‌شده

در وسایل درجه‌بندی شده (مانند خط‌کش فلزی) که در نهایت عدد اندازه‌گیری شده را با چشم تخمین می‌زنیم، دقت اندازه‌گیری یک خط‌کش و یا یک وسیلهٔ درجه‌بندی شده، برابر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی آن می‌باشد. به‌عنوان مثال در یک خط‌کش مدرج برحسب سانتی‌متر، دقت اندازه‌گیری ۱cm است.

تمرین ۱ **در شکل (۱)، دقت اندازه‌گیری توسط تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت و در شکل (۲)، دقت اندازه‌گیری توسط دماسنج، چند درجهٔ سلسیوس است؟**



شکل (۱)

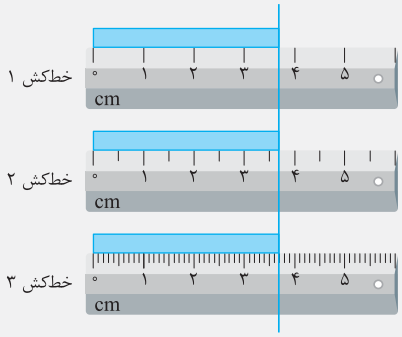


شکل (۲)

پاسخ با توجه به این‌که کوچک‌ترین تقسیم‌بندی تندی‌سنج برابر $2\frac{km}{h}$ است، دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج برابر $2\frac{km}{h}$ است. از سوی دیگر کوچک‌ترین تقسیم‌بندی دماسنج برابر $5^{\circ}C$ بوده و دقت اندازه‌گیری آن نیز $5^{\circ}C$ است.

gajmarket.com

تمرین۲ **در سه تصویر نشان داده‌شده، دقت اندازه‌گیری توسط هر خط‌کش را با هم مقایسه کنید.**



پاسخ **خط‌کش ۱:** کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۱cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱cm است.

خط‌کش ۲: کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۰/۵cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۰/۵cm است.

خط‌کش ۳: کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۱mm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱mm است.

با توجه به تقسیم‌بندی‌های ریزتر خط‌کش (۳)، با کمک آن می‌توان طول‌ها را دقیق‌تر اندازه‌گیری کرد.

دقت اندازه‌گیری در وسایل رقمی (دیجیتال)

با پیشرفت علم، در بسیاری از موارد عملاً اندازه‌گیری با وسایل دیجیتالی (رقمی) انجام می‌شود و دیگر به کمک چشم مقدار کمیت موردنظر تخمین زده نمی‌شود. دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی با وسایل درجه‌بندی شده که تاکنون بررسی کردیم، تفاوت دارد و در مورد آن نکات زیر حائز اهمیت است:

۱ در این دستگاه‌ها، یک واحد از کوچک‌ترین (آخرین) رقمی که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود **معادل با دقت دستگاه** است. به‌عنوان مثال دماسنج‌های دیجیتالی مقابل را درنظر بگیرید:

دماسنج (۱) دماسنج (۲)

در این شکل‌ها، دقت دماسنج شکل (۱) که عدد $26/8^\circ C$ را می‌خواند برابر $0/1^\circ C$ و دقت دماسنج شکل (۲) که عدد $32^\circ C$ را می‌خواند برابر $1^\circ C$ است.

۲ در شکل‌های نشان داده شده در فوق، دماسنج (۱) دقت بیشتری نسبت به دماسنج (۲) دارد و اگر بخواهیم اعداد اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها را دقیق‌تر نشان دهیم، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۲) عدد دماسنج : $32^\circ C \pm 1^\circ C$ (آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد.)

(۱) عدد دماسنج : $26/8^\circ C \pm 0/1^\circ C$ (آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد.)

۳ در دماسنج (۱)، عملاً عدد واقعی اندازه‌گیری شده برای دما، در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$26/8 - 0/1 \le$ عدد واقعی دما در دماسنج (۱) $\le 26/8 + 0/1$

$26/7^\circ C \le$ عدد واقعی دما در دماسنج (۱) $\le 26/9^\circ C$

۴ در اندازه‌گیری با دستگاه‌های دیجیتالی، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سرجای خود باقی می‌ماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به‌دست می‌آید. به‌طور مثال اگر عدد گزارش شده توسط یک دستگاه دیجیتال به صورت ۱۸/۰۶۳mm گزارش شود، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری این دستگاه می‌توان نوشت:

۱۸/۰۶۳ $\xrightarrow{\text{محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری}}$ ۰/۰۰۰۱mm یا ۰/۰۰۰۱mm

تمرین۳ **دو تندی‌سنج دیجیتالی A و B، تندی اتومبیلی را به‌ترتیب $25/2\frac{km}{h}$ و $25/20\frac{km}{h}$ اندازه‌گیری کرده‌اند. دقت اندازه‌گیری کدام‌یک از این دو تندی‌سنج بیشتر است؟**

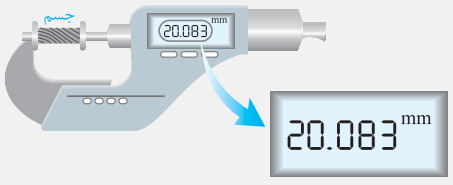
پاسخ برای هر یک از اندازه‌گیری‌های انجام‌شده، آخرین رقمی را که تندی‌سنج نشان می‌دهد، مدنظر قرار می‌دهیم:

B : اندازه‌گیری توسط $25/20$ (آخرین رقم ۰/۰۰ و مرتبهٔ آن ۰/۰۱ است.)

A : اندازه‌گیری توسط $25/2$ (آخرین رقم ۰/۲ و دقت آن ۰/۱ است.)

با توجه به این‌که مرتبهٔ آخرین رقم در اندازه‌گیری توسط دستگاه B کوچک‌تر است، بنابراین اندازه‌گیری توسط دستگاه B دقیق‌تر بوده و دقت اندازه‌گیری دستگاه B بیشتر از A است.

تمرین۴ **ریزسنج دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن با دقت بسیار زیادی می‌توان طول یک جسم را اندازه گرفت. شکل زیر نمایشی از یک اندازه‌گیری با ریزسنج دیجیتالی است. در رابطه با این ریزسنج، به موارد زیر پاسخ دهید:**



الف) آخرین رقمی که ریزسنج در این اندازه‌گیری نشان می‌دهد، کدام است؟

ب) دقت اندازه‌گیری ریزسنج دیجیتالی چند میلی‌متر است؟

ج) طول واقعی این جسم در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

پاسخ

الف) آخرین رقم سمت راست اندازه‌گیری عبارت است از:

$۲۰/۰۸۳\,mm$ ← آخرین رقم سمت راست

ب) با توجه به مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست، دقت اندازه‌گیری برابر $۰/۰۰۱\,mm$ است.

ج) با توجه به دقت اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت مقابل می‌باشد: $۲۰/۰۸۳\,mm \pm ۰/۰۰۱\,mm$

این موضوع یعنی طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

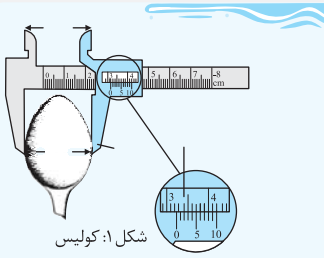
$$۲۰/۰۸۳\,mm - ۰/۰۰۱\,mm \leq \text{طول واقعی} \leq ۲۰/۰۸۳\,mm + ۰/۰۰۱\,mm \Rightarrow ۲۰/۰۸۲\,mm \leq \text{طول واقعی} \leq ۲۰/۰۸۴\,mm$$

بررسی یک موضوع کاربردی

وسایل اندازه‌گیری طول: برخی از وسایل اندازه‌گیری طول عبارت‌اند از:

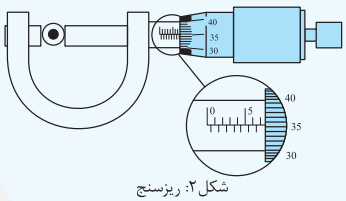
الف) خط‌کش معمولی (میلی‌متری): با این وسیله طول‌های نه چندان بزرگ و نه چندان کوچک را می‌توان اندازه گرفت. کمینهٔ تقسیم‌بندی خط‌کش معمولی برابر $۱\,mm$ است، بنابراین به کمک این خط‌کش طول‌هایی مانند $۴۱/۸۲\,mm$ یا $۴۲/۱۲\,mm$ را نمی‌توان اندازه گرفت.

ب) کولیس: برخی اوقات لازم است طول‌هایی با دقت بیشتر از خط‌کش میلی‌متری (معمولی) اندازه‌گیری شود. در این موقع می‌توان از کولیس که کمینهٔ تقسیم‌بندی در آن معمولاً برابر $۰/۱\,mm$ می‌باشد، استفاده کرد.



شکل ۱: کولیس

ج) ریزسنج: این وسیله نیز از جمله وسایل اندازه‌گیری طول می‌باشد که دقت اندازه‌گیری آن بیشتر از خط‌کش معمولی و کولیس و معمولاً $۰/۰۱\,mm$ می‌باشد. کمینهٔ تقسیم‌بندی در ریزسنج برابر $۰/۰۱\,mm$ است. در واقع با ریزسنج می‌توان مقادیر کوچک‌تری را اندازه گرفت.



شکل ۲: ریزسنج

بیشتر بدانید: ارقام بامعنا و رقم غیرقطعی

رقم‌هایی را که بعد از اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی ثبت می‌کنند، **رقم‌های بامعنا** می‌گویند. در رابطه با این موضوع به موارد زیر توجه کنید:

۱ برای شمارش ارقام معنادار از اولین عدد (غیرصفر) سمت چپ شروع می‌کنیم و تا آخرین رقم سمت راست (حتی صفرها) پیش می‌رویم. به‌عنوان مثال عدد $۱/۴۱۱$ دارای چهار رقم بامعنا و عدد $۰/۰۵۲۰$ دارای سه رقم بامعنا می‌باشد.

آخرین رقم سمت راست ← اولین رقم غیرصفر سمت چپ ← $۰/۰\underline{۵۲۰}$ ← سه رقم بامعنا

آخرین رقم سمت راست ← اولین رقم غیرصفر سمت چپ ← $\underline{۱/۴۱۱}$ ← چهار رقم بامعنا

۲ آخرین رقم معنادار سمت راست را رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گویند. به‌عنوان مثال در اعداد $۱/۴۱۱$ و $۰/۰۵۲۰$ داریم:

$۰/۰۵۲(۰)$ ← رقم غیرقطعی که مرتبهٔ آن $۰/۰۰۰۱$ است.

$۱/۴۱(۱)$ ← رقم غیرقطعی که مرتبهٔ آن $۰/۰۰۱$ است.

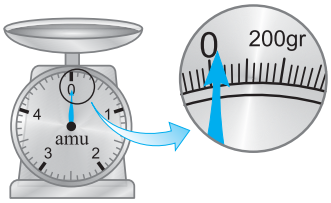
۳ در مقایسهٔ دو اندازه‌گیری، بدیهی است که هرچه مرتبهٔ رقم غیرقطعی کوچک‌تر باشد، یعنی حدس کم‌تری در اندازه‌گیری داشته‌ایم و اندازه‌گیری با وسیلهٔ دقیق‌تری انجام شده است.

دقتِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات انجام آزمایش، از عواملی هستند که بر خطای آزمایش و دقت اندازه‌گیری در آن مؤثر هستند (۳ مورد). از طرفی یکای مورد استفاده برای گزارشِ مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری‌شده و همین‌طور دیجیتالی بودن یا نبودنِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، ارتباطی با مقدار دقت و خطای آزمایش ندارند.

۳ ۴۶ برای وسایل درجه‌بندی شده، کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله و برای وسایل دیجیتالی، یک واحد از آخرین رقمی که خوانده می‌شود، برابر دقت اندازه‌گیری آن وسیله می‌باشد.

gajmarket.com

۴۷ **۱** همان‌گونه که در صفحهٔ ترازو می‌بینیم، فاصلهٔ بین صفر تا عدد ۲۰۰ گرم، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین هر قسمت برابر ۲۰gr است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ترازو برابر ۲۰gr یا $۲\times۱۰^{۷}\,\mu g$ است.



۴۸ **۱** همان‌طور که می‌دانیم، دقت اندازه‌گیری در وسایل مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن وسیله است. بنابراین در شکل‌های (الف) و (ب)، دقت اندازه‌گیری به ترتیب برابر ۱cm و $۰/۱cm = ۱mm$ است.

(ب) (الف)

۴۹ **۳** کوچک‌ترین درجه‌بندی این خط‌کش برابر ۰/۵cm است. بنابراین دقت اندازه‌گیری این خط‌کش برابر $۰/۵cm = ۵mm$ است.

۵۰ **۱** با توجه به شکل داده شده در صورت سؤال، کوچک‌ترین مقیاس دماسنج نشان داده شده برابر $۵^{\circ}C$ می‌باشد. بنابراین دقت اندازه‌گیری این وسیله، برابر $۵^{\circ}C$ است.

۵۱ **۳** ابتدا باید دقت شود، آن اندازه‌گیری دقیق‌تر است که مقادیر کوچک‌تری را بتواند اندازه بگیرد. برای بررسی راحت‌تر، مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در گزینه‌ها را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

(۱) $۰/۰۱km = ۰/۰۱\times۱۰^{۳}m = ۱۰m$: مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست $\Rightarrow$ $۸/۷۹km = ۸/۷۹\,km$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $۰/۰۱\,km$

(۲) $۰/۰۰۰۱\times۱۰^{۶}mm = ۰/۰۰۰۱\times۱۰^{۶}\times۱۰^{-۳}m = ۱m$: مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست $\Rightarrow$ $۸/۷۹۰\times۱۰^{۶}mm = ۸/۷۹۰\times۱۰^{۶}mm$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $۰/۰۰۰۱\times۱۰^{۶}\,mm$

(۳) $۱cm = ۱\times۱۰^{-۲}m = ۱۰^{-۲}m$: مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست $\Rightarrow$ $۸۷۹۰۰۰cm$

(۴) $۱۰^{-۱}m$: مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست $\Rightarrow$ $۸/۷۹۰۰\times۱۰^{۳}m$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $۰/۰۰۰۱\times۱۰^{۳}\,m$

بنابراین مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در گزینهٔ (۳) از همه کوچک‌تر است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری در آن بیشتر می‌باشد.

۵۲ **۱** دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی، یک واحد از آخرین رقمی است که خوانده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$۳/۲۵A \xrightarrow{\text{دقت اندازه‌گیری}} ۰/۰۱A$

۵۳ **۲** برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی بماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحدِ داده شده به‌دست می‌آید. در این سؤال، عدد گزارش شده توسط آمپرسنج دیجیتال برابر ۲/۰۰۴mA است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

دقت اندازه‌گیری : $۰/۰۰۱mA = ۰/۰۰۱\times۱۰^{۳}\mu A = ۱\mu A$

تذکر

دقت شود هر میلی‌آمپر برابر $۱۰^{۳}$ میکروآمپر است.

$۱mA = ۱۰^{-۳}A = ۱۰^{-۳}\times۱۰^{۶}\mu A = ۱۰^{۳}\mu A \Rightarrow ۱mA = ۱۰^{۳}\mu A$

۵۴ **۳** برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب کیلوگرم، با توجه به این‌که عدد گزارش شده شامل سه رقم اعشار است، دقت اندازه‌گیری آن به‌اندازهٔ ۰/۰۰۱ واحد نوشته شده در جلوی عدد است:

دقت اندازه‌گیری : $۰/۰۰۱kg$ $\Rightarrow$ $۲/۴۰۰kg$

دقت : $۰/۰۰۱kg$

از طرفی برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی B برحسب گرم (gr)، ابتدا دقت اندازه‌گیری آن را برحسب واحد نوشته شده در جلوی عدد، یعنی kg، به‌دست می‌آوریم و سپس دقت اندازه‌گیری آن را برحسب گرم محاسبه می‌کنیم:

دقت اندازه‌گیری : $۰/۰۰۰۱kg = ۰/۰۰۰۱\times(۱۰^{۳}\,gr) = ۰/۱gr$ $\Rightarrow$ $۴/۹۰۱۰kg$

دقت : $۰/۰۰۰۱kg$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

سؤال **به‌نظر شما دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب گرم چه‌قدر است؟**

۵۵ **۱** کم‌ترین مقداری که ساعت اول می‌تواند اندازه‌گیری کند، ۱ دقیقه می‌باشد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ساعت برابر ۱ دقیقه یا همان ۶۰ ثانیه است.
از سوی دیگر دقت اندازه‌گیری ساعت دوم، برابر یک ثانیه است (چون کم‌ترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، برابر یک ثانیه است).

دقت اندازه‌گیری ۱ ثانیه است. ← ۱۲:۰۰:۰۰ (ثانیه)

دقت اندازه‌گیری ۱ دقیقه یا ۶۰ ثانیه است. ← ۱۲:۰۰ (ساعت: ۱۲، دقیقه: ۰۰)

۵۶ **۴** دقت اندازه‌گیری توسط دستگاه دیجیتالی در هر یک از گزینه‌ها را برحسب gr به‌دست می‌آوریم:

۱) $۳۵/۴۳\,gr \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $۰/۰۱\,gr$ (دقت: $۰/۰۱\,gr$)

۲) $۷۸/۵\,dgr \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $۰/۱\,dgr = ۰/۱ \times (۱۰^{-۱}\,gr) = ۰/۰۱\,gr$ (معادل با dgr (دسی‌گرم)؛ دقت: $۰/۱\,dgr$)

۳) $۴/۷۴ \times ۱۰^{-۳}\,kg \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳}\,kg = ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳} \times (۱۰^{۳}\,gr) = ۰/۰۱\,gr$ (معادل با kg؛ دقت: $۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳}\,kg$)

۴) $۴۵۶\,mgr \xrightarrow[\text{تنها و بدون ممیز}]{\text{به‌صورت یک عدد}}$ دقت اندازه‌گیری: $۱\,mgr = ۱ \times (۱۰^{-۳}\,gr) = ۰/۰۰۱\,gr$ (معادل با mgr)

دقت اندازه‌گیری در هر سه گزینهٔ (۱)، (۲) و (۳) برابر $۰/۰۱\,gr$ و در گزینهٔ (۴) برابر $۰/۰۰۱\,gr$ است.

۵۷ **۳** برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از عبارت‌ها را به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف) با توجه به این‌که دستگاه موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن از مرتبهٔ آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی برابر $۰/۰۰۱\,mm$ است.

ب) بنابراین نمایش واقعی این عدد به‌صورت مقابل می‌باشد: $۲۰/۰۸۳\,mm \pm ۰/۰۰۱\,mm$

پ) طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$۲۰/۰۸۳\,mm - ۰/۰۰۱\,mm \le \text{طول واقعی} \le ۲۰/۰۸۳\,mm + ۰/۰۰۱\,mm \rightarrow ۲۰/۰۸۲\,mm \le \text{طول واقعی} \le ۲۰/۰۸۴\,mm$$

بنابراین دو عبارت (الف) و (ب) صحیح هستند.

۵۸ **۲** هنگامی‌که فرد در مکان B قرار دارد، به‌صورت عمود بر جسم، عدد نشان داده شده توسط خطکش را می‌بیند. از این‌رو عدد خوانده شده در این حالت به‌طول واقعی جسم نزدیک‌تر است.

۵۹ **۱** اختلاف بین اندازه‌گیری‌های اول و ششم با سایرین خیلی زیاد است (داده‌های پرت) و از آن‌ها صرف‌نظر کرده و به‌صورت زیر میانگین‌گیری می‌کنیم:

$$\text{جرم جسم} = \frac{۸/۲ + ۸/۳ + ۸/۴ + ۸/۳}{۴} = ۸/۳\,kg$$

از طرفی این اندازه‌گیری با یک ترازوی دیجیتال با دقت $۱۰۰\,gr$ یا $۰/۱\,kg$ انجام شده و با توجه به دقت اندازه‌گیری آن می‌توان نوشت:

$$\text{جرم جسم} = ۸/۳ \pm ۰/۱\,kg \xrightarrow{\text{محدودهٔ واقعی جرم جسم}} ۸/۳ - ۰/۱ \le m \le ۸/۳ + ۰/۱ \Rightarrow ۸/۲\,kg \le m \le ۸/۴\,kg$$

۶۰ **۳** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۵ — **چگالی (جرم حجمی)** — (تست‌های ۶۰ تا ۹۲)

به نسبت جرم (m) به حجم (V) یک ماده، چگالی آن ماده می‌گویند. به‌عبارتی، «**جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است**» و می‌توان نوشت:

$$\text{چگالی}: \rho = \frac{\text{جرم ماده}\ m}{\text{حجم ماده}\ V} \Rightarrow \text{یکای چگالی در SI} \equiv kg/m^{۳}$$

معمولاً سؤالاتی که از مبحث چگالی در کنکور مطرح می‌شوند، نیاز به تبدیل واحد دارند. در اکثر این سؤالات، تبدیل یکاهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین توصیه می‌شود آن‌ها را به خاطر بسپارید:

۱) **تبدیل لیتر به مترمکعب و برعکس:** هر مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ لیتر است، بنابراین: مترمکعب $\xrightleftharpoons[\times ۱۰۰۰]{\div ۱۰۰۰}$ لیتر

- برای تبدیل مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا $۱۰^{۳}$) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل لیتر به مترمکعب، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا $۱۰^{۳}$) تقسیم می‌کنیم.

gajmarket.com

۲ تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر و برعکس: می‌دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌مترمکعب است، بنابراین:

$$cm^3 \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} Lit$$

- برای تبدیل لیتر به سانتی‌مترمکعب، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا 10^3) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا 10^3) تقسیم می‌کنیم.

۳ تبدیل گرم بر سانتی‌مترمکعب (gr/cm^3) به کیلوگرم بر مترمکعب (kg/m^3) و برعکس: یک گرم بر سانتی‌مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است، بنابراین:

$$kg/m^3 \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} gr/cm^3$$

- برای تبدیل gr/cm^3 به kg/m^3، چگالی داده شده را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل kg/m^3 به gr/cm^3، چگالی داده شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

تذکر برای مقایسهٔ چگالی دو ماده، به‌صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

در ادامه با حل سه تمرین خوب و آموزشی، مفاهیم این بخش را بهتر درک می‌کنیم.

تمرین ۱ **جرم ۵۰ سانتی‌مترمکعب محلول یک اسید ۶۰ گرم است. جرم حجمی این محلول برحسب gr/Lit و kg/m^3، از راست به چپ کدام است؟**

۱) ۰/۱۲, ۱/۲ ۲) ۱۲, ۱۲ ۳) ۱۲۰, ۱/۲ ۴) ۱۲۰۰, ۱۲۰۰

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب kg/m^3)

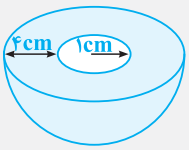
$$\begin{cases} m = 60\,gr \\ V = 50\,cm^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{50} = 1/2\,gr/cm^3 \xrightarrow[\text{تبدیل } gr/cm^3 \text{ به } kg/m^3]{\times 1000} \rho = 1200\,kg/m^3$$

گام دوم: (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب gr/Lit)

$$\begin{cases} m = 60\,gr \\ V = 50\,cm^3 \xrightarrow[\text{تبدیل } cm^3 \text{ به } Lit]{\div 1000} V = 0/05\,Lit \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{60}{0/05} = 1200\,gr/Lit$$

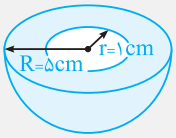
بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

تمرین ۲ **شکل روبه‌رو نیم‌کره‌ای از جنس یک فلز با چگالی $6\,gr/cm^3$ را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ ($g \simeq 10\frac{m}{s^2}, \pi \simeq 3$)**



۱) ۷/۴۴ ۲) ۱۴/۸۸ ۳) ۱/۵ ۴) ۲۹/۷۶

پاسخ ابتدا با کمک رابطهٔ حجم یک کره $\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$، حجم فلز به‌کار رفته در ساخت این جسم را از تفاضل حجم نیم‌کره‌های خارجی و داخلی به دست می‌آوریم که برابر است با:



$$\text{حجم فلز}: V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3) \Rightarrow V \simeq \frac{2}{3} \times 3 \times (5^3 - 1^3) = 248\,cm^3$$

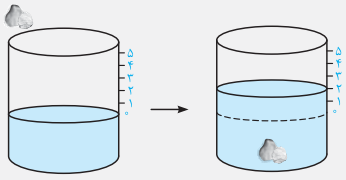
در ادامه جرم این جسم به‌سادگی به‌دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6 \times 248 = 1488\,gr = 1/488\,kg$$

حال وزن این جسم برابر است با:

$$W = mg = 1/488 \times 10 = 14/88\,N \qquad \text{(گزینهٔ ۲)}$$

نکات مهم و کاربردی معمولاً برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند از استوانهٔ مدرج استفاده می‌کنند، یعنی جسم موردنظر را درون یک استوانهٔ مدرج می‌اندازند، حجم مایع (آب) جابه‌جا شده (با فرض آن که آب در ماده نفوذ نکند که البته برای این منظور ماده را آغشته به پارافین می‌کنند)، برابر با حجم جسم است.



تمرین ۳ **جرم یک گلولهٔ آهنی ۳۹۰۰ گرم و چگالی آن $7800\,kg/m^3$ است. اگر گلولهٔ آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو بریم و چگالی الکل ۸۰۰ گرم بر لیتر باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟** (تجربی خارج ۹۰)

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

پاسخ در این‌گونه مسائل ابتدا باید توجه شود که حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلولهٔ آهنی است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ حجم گلولهٔ آهنی):

جرم گلوله آهنی: $m = ۳۹۰۰ gr$ ، چگالی آهن: $\rho = ۷۸۰۰ kg/m^۳ = ۷/۸ gr/cm^۳$

حجم گلوله: $V = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۹۰۰}{۷/۸} = ۵۰۰ cm^۳ \Rightarrow \rho = \frac{m}{V}$

گام دوم: (محاسبهٔ جرم الکل سرریز شده): حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلوله بوده و می‌توان نوشت:

چگالی الکل: $\rho_{الکل} = ۸۰۰ gr/Lit = ۰/۸ gr/cm^۳$ ، حجم الکل: $V_{الکل} = ۵۰۰ cm^۳$

جرم الکل: $m_{الکل} = \rho_{الکل} \times V_{الکل} = ۰/۸ \times ۵۰۰ = ۴۰۰ gr$ (گزینهٔ ۱)

خلاقیت حرفه‌ای ها

با توجه به تساوی حجم گلوله و حجم الکل سرریز شده می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{آهن} = V_{الکل} \Rightarrow \frac{m_{آهن}}{\rho_{آهن}} = \frac{m_{الکل}}{\rho_{الکل}} \Rightarrow \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{m_{الکل}}{۸۰۰} \Rightarrow m_{الکل} = ۴۰۰ gr$$

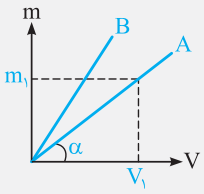
دقت شود که gr/Lit و $kg/m^۳$ با یک‌دیگر معادل هستند (چرا؟).

نمودارهای مربوط به چگالی

در صورت رسم نمودار جرم یک جسم برحسب حجم آن، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) شیب نمودار برابر با چگالی جسم است $\left(\rho_A = \tan\alpha = \frac{m_۱}{V_۱}\right)$.

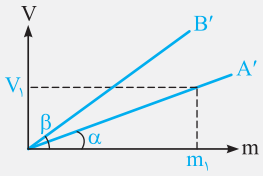
۲) هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، چگالی آن جسم بیشتر است $(\rho_B > \rho_A)$.



تذکر در صورت رسم نمودار حجم یک جسم برحسب جرم آن که در برخی تست‌ها انجام می‌شود، به موارد زیر توجه کنید:

۱) شیب نمودار برابر با عکس چگالی جسم است $\left(\tan\alpha = \frac{V_۱}{m_۱} = \frac{۱}{\rho_{A'}}\right)$.

۲) این موضوع یعنی در شکل مقابل هرچه شیب نمودار کم‌تر باشد، چگالی جسم بیشتر است $(\rho_{A'} > \rho_{B'})$.



با توجه به تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{چگالی}: \rho = \frac{m}{V} \\ \text{جرم}: m = ۴۰۵ gr = ۴۰۵ \times (۱۰^{-۳} kg) = ۴۰۵ \times ۱۰^{-۳} kg \\ \text{حجم}: V = ۱۵۰ cm^۳ = ۱۵۰ \times (۱۰^{-۲} m)^۳ = ۱۵۰ \times ۱۰^{-۶} m^۳ \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{۴۰۵ \times ۱۰^{-۳} kg}{۱۵۰ \times ۱۰^{-۶} m^۳} = ۲۷۰۰ kg/m^۳$$

۶۱ ۱ ابتدا باید دقت شود که دسی‌متر یعنی $۱۰^{-۱} m$ و دسی‌متر مکعب، معادل $۱۰^{-۳} m^۳$ است. $۱(dm)^۳ = ۱ \times (۱۰^{-۱} m)^۳ = ۱۰^{-۳} m^۳$

در SI، یکاهای کمیت‌های جرم، چگالی و حجم به‌ترتیب kg، $kg/m^۳$ و $m^۳$ است. بنابراین ابتدا باید داده‌های سؤال را به یکای آن‌ها در SI تبدیل کنیم:

$$\begin{cases} \text{جرم}: m = ۵ gr = ۵ \times (۱۰^{-۳} kg) = ۵ \times ۱۰^{-۳} kg \\ \text{حجم}: V = ۰/۰۰۲ dm^۳ = ۰/۰۰۲ \times (۱۰^{-۱} m)^۳ = ۲ \times ۱۰^{-۶} m^۳ \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۳}}{۲ \times ۱۰^{-۶}} = ۲/۵ \times ۱۰^۳ kg/m^۳$$

۶۲ ۱ دو لیتر خون معادل با $۲۰۰۰ cm^۳$ بوده و جرم آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۰۵ = \frac{m}{۲۰۰۰} \Rightarrow m = ۲۱۰۰ gr = ۲۱۰ dagr$$

تذکر

برای تبدیل گرم به دکاگرم، آن را در $۱۰^{-۱}$ ضرب کرده‌ایم: $۱ dagr = ۱۰^۱ gr \longrightarrow ۱ gr = ۱۰^{-۱} dagr$

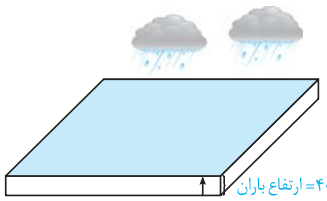
۶۳ ۳ برای تبدیل $gr/mm^۳$ به $kg/cm^۳$ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\rho = ۰/۰۱ \frac{gr}{(mm)^۳} = ۰/۰۱ \times \frac{(۱۰^{-۳} kg)}{(۱۰^{-۱} cm)^۳} = ۰/۰۱ \times \frac{۱۰^{-۳} kg}{۱۰^{-۳} cm^۳} = ۰/۰۱ kg/cm^۳$$

توجه هر میلی‌متر برابر با ۰/۱ یا $۱۰^{-۱}$ سانتی‌متر است.

gajmarket.com

۶۴ ۴ **گام اول:** (محاسبهٔ حجم باران):



حجم باران بارید شده روی زمین = مساحت زمین × ارتفاع آب باران : V

ارتفاع باران $= ۴۰\,mm = ۴\times۱۰^{-۲}\,m$

سطح زمین $= ۲۵۰۰\,km^۲ = ۲۵۰۰\times(۱۰^۳\,m)^۲ = ۲/۵\times۱۰^۹\,m^۲$

حجم باران : $V = ۲/۵\times۱۰^۹\times۴\times۱۰^{-۲} = ۱۰^۸\,m^۳$

گام دوم: (محاسبهٔ جرم باران): طبق رابطهٔ چگالی داریم: جرم باران : $m = \rho V = ۱۰^۳\times۱۰^۸ = ۱۰^{۱۱}\,kg$

۶۵ ۴ **گام اول:** (محاسبهٔ جرم ظرف و جرم مایع):اگر ظرف به طور کامل از مایع پر شود، جرم مایع درون ظرف را برابر $m_{مایع}$ در نظر می‌گیریم. حال اگر ظرف تا نیمه از مایع پر شود، جرم مایع داخل ظرف برابر $\frac{m_{مایع}}{۲}$ خواهد بود. حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{ظرف تا نیمه از مایع پر شود.} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{ظرف} + \frac{m_{مایع}}{۲} = ۲۴۰\,gr \\ \text{ظرف به طور کامل از مایع پر شود.} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{ظرف} + m_{مایع} = ۳۰۰\,gr \end{cases}$$

با توجه به دو معادلهٔ به دست آمده در فوق، جرم ظرف و جرم مایع به دست می‌آید.

$$\begin{cases} m_{ظرف} + \frac{m_{مایع}}{۲} = ۲۴۰ \\ m_{ظرف} + m_{مایع} = ۳۰۰ \end{cases} \Rightarrow m_{ظرف} = ۱۸۰\,gr \;,\; m_{مایع} = ۱۲۰\,gr$$

گام دوم: (محاسبهٔ چگالی مایع): حال با توجه به حجم کل ظرف که برابر حجم کل مایع است، می‌توان چگالی مایع را به دست آورد:

$$\rho_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{V_{مایع}} = \frac{۱۲۰}{۸۰} = ۱/۵\,gr/cm^۳$$

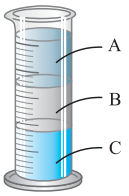
۶۶ ۴ برای حل این سؤال می‌توان گفت، جرم مایع پرکنندهٔ ظرف برابر $۲۴۰gr\,(=۵۴۰-۳۰۰)$ و جرم روغن پرکنندهٔ ظرف برابر $۱۶۰gr\,(=۴۶۰-۳۰۰)$ است. از طرفی حجم مایع و حجم روغن داخل ظرف با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{مایع} = V_{روغن} \Rightarrow \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} = \frac{m_{روغن}}{\rho_{روغن}} \Rightarrow \frac{۲۴۰}{۱/۲} = \frac{۱۶۰}{\rho_{روغن}} \Rightarrow \rho_{روغن} = ۰/۸\,gr/cm^۳ = ۸۰۰\,kg/m^۳ = ۸۰۰\,gr/Lit$$

۶۷ ۲ دقت شود که سنگین بودن یک جسم نسبت به جسم دیگر، دلیل بر فرورفتن آن جسم در آب نمی‌شود. به طور مثال فرض کنید ۰/۵ kg آهن و ۵ kg چوب را بر روی سطح آب قرار دهیم. گرچه جرم این چوب بیشتر از آهن است (سنگین‌تر است)، ولی چون چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است، در آب فرو نمی‌رود ولی از آن‌جایی که چگالی آهن بیشتر از چگالی آب است، آهن در آب فرو می‌رود.

در گزینهٔ (۲) نیز چون چگالی پرتقالِ با پوست، کم‌تر از آب است بر روی سطح آب شناور می‌ماند ولی چون چگالی پرتقالِ بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می‌رود.

۶۸ ۴ در داخل استوانهٔ شیشه‌ای، مایعی که چگالی آن بیشتر است، پایین‌تر قرار می‌گیرد. بنابراین جیوه که چگالی آن بیشتر از دو مایع دیگر است در کف ظرف قرار می‌گیرد.

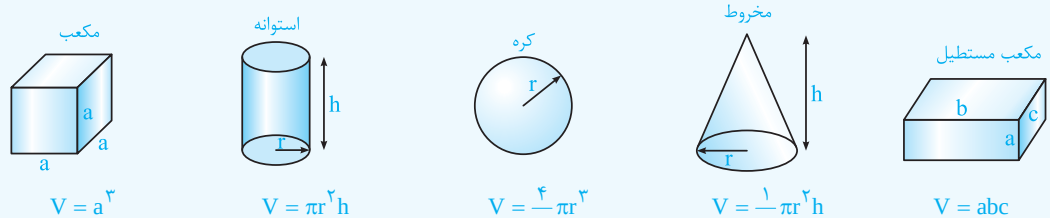


$$\rho_{جیوه} > \rho_{آب} > \rho_{روغن\,زیتون} \rightarrow \begin{cases} A: \text{روغن زیتون} \\ B: \text{آب} \\ C: \text{جیوه} \end{cases}$$

۶۹ ۳

یادآوری

حجم برخی از اجسام که شکل هندسی مشخصی دارند به‌صورت زیر است، آن‌ها را به‌خاطر بسپارید:



در مسائلی که شکل هندسی یک جسم تغییر می‌کند، جرم آن ثابت می‌ماند.

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}\times\pi\times۵^۳\,cm^۳ \;,\; \rho = ۶\frac{gr}{cm^۳} \;,\; m = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = ۶\times\frac{۴}{۳}\times\pi\times\underbrace{۲۵\times۵}_{۵^۳} = ۱۰۰۰\pi\,gr \Rightarrow m = \pi kg = ۳/۱۴\,kg$$

۷۰ ۲ باتوجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۵)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

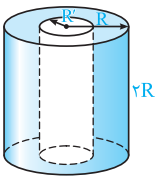
۷۱ ۴ **گام اول:** ابتدا جرم جسم را از رابطهٔ زیر برحسب گرم به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=\underbrace{4}_{\frac{gr}{cm^3}\text{ واحد}}\times\underbrace{(2\times2\times2)}_{cm^3\text{ حجم مکعب برحسب}}=32gr$$

گام دوم: در ادامه با توجه به استراتژی تبدیل واحد به‌صورت زنجیره‌ای داریم:

$$m=32gr=32gr\times\frac{1\text{ قیراط}}{200\times10^{-3}gr}=160\text{ قیراط}$$

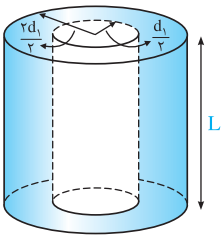
۷۲ ۲ در طول فرایند تغییر شکل، جرم جسم ثابت می‌ماند. از طرفی چگالی ماده نیز ثابت است، در نتیجه با توجه به رابطهٔ $m=\rho V$، حجم ماده نیز در طول فرایند ثابت می‌ماند و داریم:



$$\begin{cases}\text{حجم کره (در حالت اول)}: V_1=\frac{4}{3}\pi R^3\\ \text{حجم استوانه (در حالت دوم)}: V_2=(\pi R^2-\pi R'^2)\times 2R=2\pi R^3-2\pi R'^2\times R\end{cases}$$

$$V_1=V_2\Rightarrow\frac{4}{3}\pi R^3=2\pi R^3-2\pi R'^2R\Rightarrow 2\pi RR'^2=\frac{2}{3}\pi R^3\Rightarrow R'^2=\frac{1}{3}R^2\Rightarrow\frac{R'}{R}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

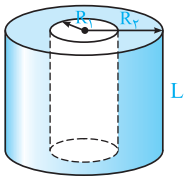
۷۳ ۴ با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، به راحتی می‌توان نوشت:



$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=\rho\left(\pi\frac{d_2^2}{4}-\pi\frac{d_1^2}{4}\right)L=\frac{1}{4}\pi\rho L(d_2^2-d_1^2)$$

$$\xrightarrow{d_2=2d_1} m=\frac{1}{4}\pi\rho L((2d_1)^2-d_1^2)=\frac{3}{4}\pi\rho Ld_1^2$$

۷۴ ۴ برای دو حالت، چگالی جسم ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:



$$\rho_1=\rho_2\Rightarrow\frac{m_1}{V_1}=\frac{m_2}{V_2}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{V_2}{V_1}$$

$$\begin{cases}\text{حجم در حالت اول}: V_1=L\times(\pi R_2^2-\pi R_1^2)\\ \text{حجم در حالت دوم}: V_2=3L\times(\pi(2R_2)^2-\pi(2R_1)^2)=12\underbrace{L(\pi R_2^2-\pi R_1^2)}_{V_1}=12V_1\end{cases}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{V_2}{V_1}=12$$

$$\Rightarrow m_2=12m_1\Rightarrow m_2=12M$$

۷۵ ۱ جرم جسم برابر $11/5gr$ و حجم آن برابر $18/5-23/1=4/6mL$ است. بنابراین چگالی این جسم برابر است با:

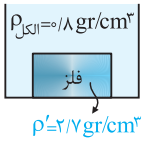
$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{11/5\times10^{-3}}{4/6\times10^{-6}}=2500kg/m^3$$

۷۶ ۳ برای محاسبهٔ چگالی فلز، ابتدا حجم آب جابه‌جا شده را (که برابر با حجم قطعه فلز است) به‌دست می‌آوریم:

$$\text{حجم فلز}=\text{حجم آب جابه‌جا شده}\Rightarrow V=\text{سطح مقطع داخلی استوانه}\times\text{ارتفاع آب بالا آمده}=10\times1/2=12cm^3$$

$$\text{جرم فلز}: m=90gr\Rightarrow\text{چگالی فلز}: \rho=\frac{m}{V}=\frac{90gr}{12cm^3}=7/5gr/cm^3$$

۷۷ ۱ در این مسأله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\text{برای الکل}: \rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 0/8=\frac{160}{V}\Rightarrow V=\frac{160}{0/8}=200cm^3$$

$$\text{برای قطعه فلز}: \rho'=\frac{m'}{V'}\Rightarrow 2/7=\frac{m'}{200}\Rightarrow\text{جرم قطعه فلز}: m'=540gr$$

حل این تست پر تکرار، به‌صورت زیر سریع‌تر انجام می‌پذیرد:

$$V_{\text{فلز}}=V_{\text{مایع}}\Rightarrow\frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}}\Rightarrow\frac{m_{\text{فلز}}}{2/7}=\frac{160}{0/8}\Rightarrow m_{\text{فلز}}=540gr$$

خلاقیت حرفه‌ای
gajmarket.com

۷۸ **۲** با قرار دادن هر گوی در داخل ظرف، حجم مایع بالا آمده در ظرف، برابر حجم گوی می‌شود. حال فرض کنید با قرار دادن N عدد گوی در داخل ظرف، مایع به اندازهٔ $2cm$ بالا می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$N\times V_{\text{گوی}}=\underbrace{V_{\text{مایع بالا آمده}}}_{Ah}\Rightarrow N\times V_{\text{گوی}}=Ah\xrightarrow{V_{\text{گوی}}=\frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}}N\times\frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}=Ah\Rightarrow N\times\frac{۱۲۰}{۸}=۶۰\times۲\Rightarrow N=۸$$

بنابراین با قرار دادن ۸ گوی در داخل ظرف، مایع تا لبهٔ ظرف بالا می‌آید.

۷۹ **۴** ابتدا حجم واقعی فلز به‌کار رفته در ساخت کره را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$V=\text{حجم فلز}=\text{حجم کره}-\text{حجم حفره}=\frac{۴}{۳}\pi\times(۰/۱)^۳-\frac{۴}{۳}\pi\times(۰/۰۵)^۳\simeq ۳/۵\times۱۰^{-۳}m^۳$$

در ادامه جرم کره به سادگی از رابطهٔ $m=\rho V$ به‌دست می‌آید:

$$\rho:\text{چگالی فلز}=۸\frac{kg}{Lit}=۸\times\frac{۱kg}{(۱۰^{-۳}m^۳)}=۸۰۰۰kg/m^۳\Rightarrow m:\text{جرم کره}=\underbrace{۸۰۰۰}_{\rho}\times\underbrace{۳/۵\times۱۰^{-۳}}_{V}=۲۸kg$$

۸۰ **۴** **گام اول:** ابتدا محاسبه می‌کنیم که اگر یک مکعب با طول ضلع $10cm$ و بدون حفره داشته باشیم، جرم آن چه‌قدر است؟

$$m:\text{جرم مکعب بدون حفره}=\rho V=۸\times(۱۰\times۱۰\times۱۰)=۸۰۰۰gr=۸kg$$

گام دوم: جرم مکعب در سؤال برابر با $6kg$ داده شده است، بنابراین به اندازهٔ حجم ۲ کیلوگرم از فلز، در آن حفره وجود دارد.

$$\text{حجم حفره}=\text{حجم ۲ کیلوگرم از فلز (یا ۲۰۰۰gr از فلز)}:V=\frac{m}{\rho}=\frac{۲۰۰۰gr}{۸gr/cm^۳}=۲۵۰cm^۳$$

بنابراین، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۸۱ **۳** **گام اول:** با توجه به جرم کرهٔ فلزی و چگالی آن، حجم واقعی فلز مورد استفاده را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow ۲/۷=\frac{۱۰۸۰}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow\text{حجم واقعی فلز}:\ V_{\text{فلز}}=۴۰۰cm^۳$$

گام دوم: حال با توجه به اختلاف حجم واقعی فلز و حجم ظاهری کره، می‌توان نوشت:

$$V_{\text{کره}}:\text{حجم کره}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\simeq\frac{۴}{۳}\times۳\times۵^۳=۵۰۰cm^۳$$

$$\text{حجم حفره}:\ V_{\text{حفره}}=V_{\text{کره}}-V_{\text{فلز}}=۵۰۰-۴۰۰=۱۰۰cm^۳$$

$$\text{خواستهٔ مسئله}:\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}}\times۱۰۰=\frac{۱۰۰}{۵۰۰}\times۱۰۰=٪۲۰$$

۸۲ **۱** مشابه با سؤالات قبل داریم:

$$\begin{cases}\text{حجم ظاهری مکعب}=\text{حجم آب خارج‌شده}=۲۰۰cm^۳\\ \text{حجم ظاهری مکعب}=\text{حجم حفرهٔ موجود}+\text{حجم واقعی مکعب فلزی}\end{cases}$$

هم‌چنین با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases}\text{جرم مکعب}=۱۴۰۰gr\\ \text{چگالی فلز}=۸gr/cm^۳\end{cases}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}\text{حجم واقعی مکعب}=\frac{۱۴۰۰}{۸}=۱۷۵cm^۳$$

در نتیجه حجم حفرهٔ موجود در مکعب برابر است با:

$$\text{حجم حفرهٔ موجود}=\text{حجم ظاهری}-\text{حجم واقعی}=۲۰۰-۱۷۵=۲۵cm^۳$$

۸۳ **۱** **گام اول:** حجم خالص برنز استفاده شده در مجسمه، با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸۰۰۰=\frac{۴۰}{V}\Rightarrow V=۰/۰۰۵m^۳$$

گام دوم: در ادامه به‌صورت زیر، حجم فضای خالی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم فضای خالی}=\text{حجم ظاهری مجسمه}-\text{حجم خالص برنز}=۰/۰۵-۰/۰۰۵=۰/۰۴۵m^۳$$

گام سوم: جرم نفت مورد نیاز برای پرکردن فضای خالی داخل مجسمه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{\text{نفت}}=\frac{m_{\text{نفت}}}{\underbrace{V_{\text{نفت}}}_{\text{حجم فضای خالی}}}\xrightarrow{\rho_{\text{نفت}}=۸۰۰kg/m^۳}m_{\text{نفت}}=۸۰۰\times\frac{۴۵}{۱۰۰۰}=۳۶kg$$

۸۴ **۴** برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا حجم واقعی فلز توپر و فلز توخالی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{وزن مکعب توپر}=m_۱g\Rightarrow ۱۰m_۱=۸\Rightarrow m_۱=۰/۸kg=۸۰۰gr\Rightarrow\text{حجم مکعب توپر}:V_۱=\frac{m_۱}{\rho}=\frac{۸۰۰}{۱۰}=۸۰cm^۳\\ \text{وزن مکعب توخالی}=m_۲g\Rightarrow ۱۰m_۲=۴\Rightarrow m_۲=۰/۴kg=۴۰۰gr\Rightarrow\text{حجم واقعی مکعب توخالی}:V_۲=\frac{m_۲}{\rho}=\frac{۴۰۰}{۱۰}=۴۰cm^۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow\text{حجم حفره}=۸۰-۴۰=۴۰cm^۳$$

۸۵ **۱** با توجه به داده‌های مسأله و کمک گرفتن از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=۱/۵\rho_B\ ,\ (V_B=۵۰۰cm^۳\Rightarrow m_B=۲۰۰gr)\ ,\ (V_A=۲۰۰cm^۳\Rightarrow m_A=?)$$

چگالی: $\rho=\frac{m}{V}\rightarrow\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}=۰/۴\,gr/cm^۳\xrightarrow{\rho_A=۱/۵\rho_B}\rho_A=۱/۵\times۰/۴=۰/۶\,gr/cm^۳$

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho_A V_A=۰/۶\times۲۰۰=۱۲۰gr$$

نگاه دیگر: برای مقایسهٔ چگالی دو ماده با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow ۱/۵=\frac{m_A}{۲۰۰}\times\frac{۵۰۰}{۲۰۰}\Rightarrow m_A=۱۲۰gr$$

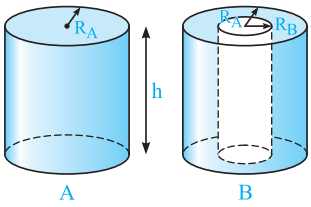
۸۶ **۲** اطلاعات سؤال به‌صورت زیر است:

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=۲۲/۵\times۱۰^۳\frac{kg}{m^۳}\ ,\ \rho_{\text{مس}}=۹\frac{gr}{cm^۳}\xrightarrow[\text{به}\ \frac{gr}{cm^۳}\ \text{تبدیل}\ \frac{kg}{m^۳}]{}\rho_{\text{مس}}=۹\times۱۰^۳\frac{kg}{m^۳}\ ,\ V_{\text{آلیاژ}}=V_{\text{مس}}$$

حال با مقایسهٔ رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ برای دو فلز داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{V_{\text{آلیاژ}}=V_{\text{مس}}}\frac{\rho_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{مس}}}=\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{m_{\text{مس}}}\Rightarrow\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{m_{\text{مس}}}=\frac{۲۲/۵\times۱۰^۳}{۹\times۱۰^۳}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

۸۷ **۴** در مقایسهٔ چگالی استوانه‌های A و B، کافی است حجم آن‌ها را مقایسه کنیم:

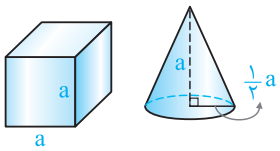


$$\begin{cases}m_A=m_B\\ V_A=\pi R_A^۲h\\ V_B=\pi(R_A^۲-\underbrace{R_B^۲}_{(\frac{۱}{۲}R_A)^۲})h=\frac{۳}{۴}\pi R_A^۲h\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۸۸ **۳** با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱/۶\\ r_A=۳cm\ ,\ r_B=۶cm\xrightarrow{\text{حجم کره}:V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\frac{V_B}{V_A}=\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^۳=\left(\frac{۶}{۳}\right)^۳=۸\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow ۱/۶=\frac{m_A}{m_B}\times۸\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{۱}{۵}$$

۸۹ **۳** با توجه به اطلاعات سؤال، به کمک رابطهٔ $m=\rho V$ به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

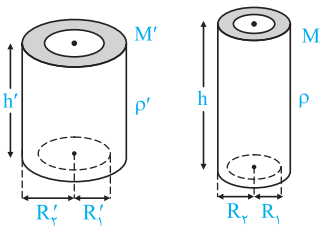


$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\times(\text{مساحت قاعده})\times(\text{ارتفاع})=\frac{۱}{۳}\left[\pi\times\frac{۱}{۴}a^۲\right]\times a=\frac{۱}{۱۲}\pi a^۳\simeq\frac{۱}{۴}a^۳$$

$$V_{\text{مکعب}}=a^۳$$

$$m=\rho V\Rightarrow\frac{m_{\text{مخروط}}}{m_{\text{مکعب}}}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{مکعب}}}\Rightarrow ۱=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{\frac{۱}{۴}a^۳}{a^۳}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

۹۰ **۳** ابتدا حجم دو استوانه و نسبت آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}M=۳M'\\ \rho=۲\rho'\\ R_۱'=۳R_۱\\ R_۲'=۳R_۲\end{cases}$$

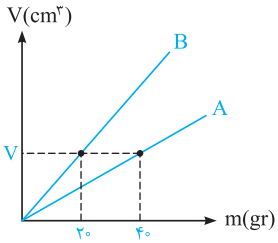
$$\begin{cases}V'=\pi R_۲'^۲h'-\pi R_۱'^۲h'=\pi h'\left((۳R_۲)^۲-(۳R_۱)^۲\right)=۹\pi h'(R_۲^۲-R_۱^۲)\\ V=\pi R_۲^۲h-\pi R_۱^۲h=\pi h(R_۲^۲-R_۱^۲)\end{cases}\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{\pi h(R_۲^۲-R_۱^۲)}{۹\pi h'(R_۲^۲-R_۱^۲)}=\frac{h}{۹h'}$$

در ادامه با کمک رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{M'}{M}\times\frac{V}{V'}\Rightarrow\frac{\rho'}{۲\rho'}=\frac{M'}{۳M'}\times\frac{h}{۹h'}\Rightarrow\frac{h}{h'}=\frac{۲۷}{۲}=۱۳/۵$$

gajmarket.com

۹۱ ۴ در حجم یکسان V، جرم A برابر ۴۰gr و جرم B برابر ۲۰gr است و می‌توان نوشت:

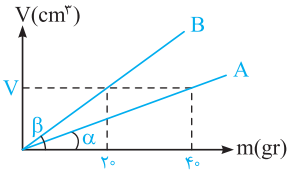


$$V_A = V_B = V$$

$$m_B = ۲۰gr \ , \ m_A = ۴۰gr$$

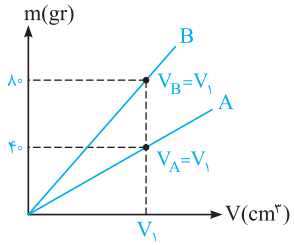
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{۴۰}{۲۰} \times \frac{V}{V} = ۲$$

به جور دیگه فکر کنیم: با توجه به این‌که نمودار حجم برحسب جرم برای دو ماده رسم شده است، شیب نمودار برابر عکس چگالی است و داریم:



$$\tan\theta = \frac{۱}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{۱}{\tan\theta} \Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{۱}{\tan\alpha} = \frac{۱}{\frac{V}{۴۰}} = \frac{۴۰}{V} \\ \rho_B = \frac{۱}{\tan\beta} = \frac{۱}{\frac{V}{۲۰}} = \frac{۲۰}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = ۲$$

۹۲ ۳ با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:



$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\rho_A = ۴۰۰۰ kg/m^۳ = ۴ gr/cm^۳} ۴ = \frac{۴۰}{V_A} \Rightarrow V_A = V_۱ = ۱۰ cm^۳$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{۸۰}{۱۰} = ۸ gr/cm^۳ \Rightarrow \begin{cases} m'_B = ۴۰۰gr \\ \rho_B = ۸ gr/cm^۳ \end{cases} \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰ cm^۳ = ۵۰ mLit$$

(V_B برابر $V_۱$ است)

به جور دیگه فکر کنیم: با توجه به شکل، شیب نمودار مربوط به B (چگالی فلز B) دو برابر شیب نمودار مربوط به A (چگالی فلز A) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_B = ۲\rho_A = ۲ \times ۴۰۰۰ = ۸۰۰۰ kg/m^۳ = ۸ gr/cm^۳$$

$$m'_B = ۴۰۰gr \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰ cm^۳ = ۵۰ mLit$$

۹۳ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۶ — چگالی مخلوط چند ماده (آلیاژ) — (تست‌های ۹۳ تا ۹۹)

در صورتی‌که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم (به‌طوری که تغییر حجم صورت نگیرد)، چگالی مادهٔ مخلوط با توجه به تعریف چگالی، به سادگی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho_{کل} = \frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}} = \frac{m_۱ + m_۲ + ...}{V_۱ + V_۲ + ...}$$

$m_۱$: جرم مادهٔ اول ، $V_۱$: حجم مادهٔ اول

$m_۲$: جرم مادهٔ دوم ، $V_۲$: حجم مادهٔ دوم

نکته در بعضی موارد، حجم یا جرم ماده‌ها به‌طور مستقیم در صورت سؤال داده نمی‌شود، در این مواقع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

۱ در صورتی که چگالی و حجم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{کل} = \frac{\overbrace{(\rho_۱ V_۱)}^{(m_۱)} + \overbrace{(\rho_۲ V_۲)}^{(m_۲)} + ...}{V_۱ + V_۲ + ...}$$

۲ در صورتی که چگالی و جرم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{کل} = \frac{m_۱ + m_۲ + ...}{\underbrace{(\frac{m_۱}{\rho_۱})}_{V_۱} + \underbrace{(\frac{m_۲}{\rho_۲})}_{V_۲} + ...}$$

دقت شود که نیازی به حفظ کردن این روابط نبوده و کافی است آن‌ها را کمی درک کنید.

تمرین ۱ **چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیهٔ V_A و V_B، برابر ۰/۷۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع A برابر ۶۰۰gr / lit و چگالی مایع B برابر ۸۰۰gr / lit باشد، V_A چند برابر V_B است؟** (ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ برای حل این تمرین خوب، ابتدا جرم تک‌تک مایع‌های A و B را با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{A مایع}: \rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho_A V_A=۶۰۰V_A \\ \text{B مایع}: \rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_B=\rho_B V_B=۸۰۰V_B \end{cases}$$

پس از مخلوط کردن دو مایع A و B، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=۰/۷۵\,gr/cm^۳=۷۵۰\,gr/Lit$$

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow ۷۵۰=\frac{۶۰۰V_A+۸۰۰V_B}{V_A+V_B}\Rightarrow ۷۵۰V_A+۷۵۰V_B=۶۰۰V_A+۸۰۰V_B$$

$$\Rightarrow ۱۵۰V_A=۵۰V_B\Rightarrow \frac{V_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}\quad (\text{گزینهٔ ۳})$$

با توجه به خلاصه نکات فوق، چگالی مخلوط همگن دو ماده از رابطهٔ $\rho_{\text{کل}}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}}=۱۴۰۰\,kg/m^۳=۱/۴\,gr/cm^۳ \\ \rho_۱=۱۳۰۰\,kg/m^۳=۱/۳\,gr/cm^۳ \quad , \quad V_۱=۳۰۰\,cm^۳ \\ \rho_۲=۱۵۰۰\,kg/m^۳=۱/۵\,gr/cm^۳ \quad , \quad V_۲=? \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱/۴=\frac{(۱/۳\times ۳۰۰)+(۱/۵\times V_۲)}{۳۰۰+V_۲}\Rightarrow ۴۲۰+۱/۴V_۲=۳۹۰+۱/۵V_۲\Rightarrow \text{حجم مایع دوم}: V_۲=۳۰۰\,cm^۳$$

۹۴ ۳ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۹۵ ۳ برای محاسبهٔ چگالی مخلوط به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}}=\frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲} \\ V_۱=\frac{۱}{۳}V\rightarrow m_۱=\rho_۱V_۱=\frac{۱}{۳}V\rho_۱ \\ V_۲=\frac{۲}{۳}V\rightarrow m_۲=\rho_۲V_۲=\frac{۲}{۳}V\rho_۲ \end{cases} \Rightarrow \rho_{\text{کل}}=\frac{\frac{۱}{۳}V\rho_۱+\frac{۲}{۳}V\rho_۲}{\frac{۱}{۳}V+\frac{۲}{۳}V}=\frac{۱}{۳}\rho_۱+\frac{۲}{۳}\rho_۲=\frac{\rho_۱+۲\rho_۲}{۳}$$

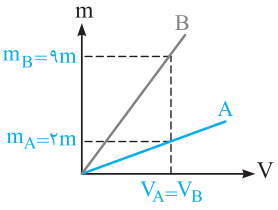
۹۶ ۴ اگر جرم مخلوط را برابر m درنظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} m_۱=\frac{۲۵}{۱۰۰}m=\frac{۱}{۴}m\Rightarrow V_۱=\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{\frac{۱}{۴}m}{\rho_۱}=\frac{m}{۴\rho_۱} \\ m_۲=m-\frac{۲۵}{۱۰۰}m=\frac{۷۵}{۱۰۰}m=\frac{۳}{۴}m\Rightarrow V_۲=\frac{m_۲}{\rho_۲}=\frac{\frac{۳}{۴}m}{\rho_۲}=\frac{۳m}{۴\rho_۲} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{کل}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{\frac{۱}{۴}m+\frac{۳}{۴}m}{\frac{m}{۴\rho_۱}+\frac{۳m}{۴\rho_۲}}=\frac{۱}{\frac{\rho_۲+۳\rho_۱}{۴\rho_۱\rho_۲}}=\frac{۴\rho_۱\rho_۲}{\rho_۲+۳\rho_۱}$$

۹۷ ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی مادهٔ B را به دست می‌آوریم:



$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\text{یکسان } V}\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{m_B}{m_A}\Rightarrow\frac{\rho_B}{۲}=\frac{۹m}{۲m}\Rightarrow\rho_B=۹\,gr/cm^۳$$

گام دوم: برای محاسبهٔ چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho_{\text{کل}}=\frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\rho_A=۲\,gr/cm^۳\ ,\ \rho_B=۹\,gr/cm^۳\ ,\ m_B=۳m_A$$

$$\rho_{\text{کل}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_B}{\rho_B}}=\frac{۴m_A}{\frac{m_A}{۲}+\frac{۳m_A}{۹}}=\frac{۴}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}}=\frac{۴}{\frac{۵}{۶}}=۴/۸\,gr/cm^۳=۴۸۰۰\,kg/m^۳$$

gajmarket.com

۹۸ ۲ با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط دو ماده می‌توان نوشت: (مادهٔ ۱ طلا و مادهٔ ۲ نقره است):

$$\begin{cases}\rho_{\text{کل}}=\dfrac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\Rightarrow 13/6=\dfrac{19V_1+10V_2}{\underbrace{V_1+V_2}_{5cm^3}}\Rightarrow 19V_1+10V_2=68cm^3 & \text{رابطهٔ (I)}\\ V_1+V_2=5cm^3 & \text{رابطهٔ (II)}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط II, I}}\begin{cases}19V_1+10V_2=68\\ V_1+V_2=5\end{cases}\xrightarrow{\text{حل دستگاه}}V_1=2cm^3\ ,\ V_2=3cm^3$$

$$m_{\text{نقره}}=\rho_{\text{نقره}}V_{\text{نقره}}\xrightarrow{V_{\text{نقره}}=V_2=3cm^3}m_{\text{نقره}}=10\times 3=30gr$$

۹۹ ۳ با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط چند ماده، از تقسیم کردن جرم کل مایعات بر حجم کل مایعات، چگالی مخلوط به دست می‌آید (البته اگر کاهش حجم صورت نگیرد). بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_1=\frac{25}{100}V\ ,\ V_2=\frac{30}{100}V\ ,\ V_3=\left(1-\frac{25}{100}-\frac{30}{100}\right)V=\frac{45}{100}V$$

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2+m_3}{V_1+V_2+V_3}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2+\rho_3V_3}{V_1+V_2+V_3}$$

$$\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_1\left(\frac{25}{100}V\right)+2\rho_1\left(\frac{30}{100}V\right)+3\rho_1\left(\frac{45}{100}V\right)}{V}=\left(\frac{25}{100}+\frac{60}{100}+\frac{135}{100}\right)\rho_1=\frac{220}{100}\rho_1\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=2/2\rho_1$$

۱۰۰ ۳ برای حل این سؤال، دو گام زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: تبدیل یکای $\frac{\mu g.mm}{s^2}$ به $\frac{kg.m}{s^2}$:

$$10^{13}\frac{\mu g.mm}{s^2}\xrightarrow{\text{تبدیل }\mu g\text{ به }gr}10^{13}\times(10^{-6}gr.mm/s^2)$$
$$\xrightarrow{\text{تبدیل }g\text{ به }kg}10^{13}\times10^{-6}\times(10^{-3}kg.mm/s^2)$$
$$\xrightarrow{\text{تبدیل }mm\text{ به }m}10^{13}\times10^{-6}\times10^{-3}\times(10^{-3}kg.m/s^2)=10kg.m/s^2$$

گام دوم: معادل قرار دادن دو عدد:

$$10\frac{kg.m}{s^2}=10^{-8}\frac{kg.\boxed{x}}{s^2}\rightarrow\boxed{x}=10^9m=1Gm$$

۱۰۱ ۱ با توجه به این‌که a برابر حاصل جمع دو عبارت است، باید یکای آن با یکای هر یک از این عبارت‌ها برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

گام اول: (به دست آوردن یکای α):

$$a=\alpha x+\beta x^3\rightarrow a\text{ یکای}\equiv(\alpha x)\text{ یکای}=(\alpha\text{ یکای})\times(x\text{ یکای})$$
$$\rightarrow\frac{mm}{\mu s^2}\equiv(\alpha\text{ یکای})\times cm$$
$$\rightarrow\frac{10^{-3}m}{(10^{-6}s)^2}\equiv(\alpha\text{ یکای})\times(10^{-2}m)$$
$$\rightarrow\alpha\text{ یکای}\equiv\frac{10^{-3}m}{(10^{-12}s^2)\times(10^{-2}m)}=10^{11}s^{-2}$$

گام دوم: (به دست آوردن یکای β):

$$a=\alpha x+\beta x^3\rightarrow a\text{ یکای}\equiv(\beta x^3)\text{ یکای}=(\beta\text{ یکای})\times(x\text{ یکای})^3$$
$$\rightarrow\frac{mm}{\mu s^2}\equiv(\beta\text{ یکای})\times(cm)^3$$
$$\rightarrow\frac{10^{-3}m}{(10^{-6}s)^2}\equiv(\beta\text{ یکای})\times(10^{-2}m)^3$$
$$\rightarrow\beta\text{ یکای}\equiv\frac{10^{-3}m}{(10^{-6}s)^2\times(10^{-2}m)^3}=\frac{10^{-3}m}{10^{-12}s^2\times10^{-6}m^3}=10^{15}s^{-2}.m^{-2}$$

۱۰۲ ۳ فرض کنیم تندی انتشار امواج به صورت $v=A^\alpha B^\beta$ باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v=A^\alpha B^\beta\rightarrow\text{یکای تندی}\equiv(A\text{یکای})^\alpha\times(B\text{یکای})^\beta$$
$$\rightarrow m/s\equiv(N)^\alpha\times(kg/m)^\beta$$

با توجه به رابطهٔ $F = ma$، می‌دانیم که نیوتون (N) معادل $kg.m/s^2$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m/s \equiv (kg.m/s^2)^{\alpha} \times (kg/m)^{\beta} = (kg)^{\alpha+\beta} \times (m)^{\alpha-\beta} \times \frac{1}{s^{2\alpha}}$$

برای آن‌که یکاها در دو طرف یکسان باشند، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} 2\alpha = 1 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{-1}{2} \rightarrow v = A^{\alpha}B^{\beta} = A^{\frac{1}{2}}B^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

دقت: با قرار دادن مقادیر به‌دست آمده برای α و β، مقدار $(\alpha+\beta)$ برابر صفر شده و توان kg برابر صفر می‌شود که قابل‌قبول است.

۱۰۳ ابتدا جرم کهکشان را بر حسب گرم به دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$\text{جرم کهکشان}: m = 1200GM_{\odot} \xrightarrow[M_{\odot} \text{به} GM_{\odot}]{\text{تبدیل}} 1200 \times (10^{9}M_{\odot})$$
$$\xrightarrow[kg \text{به} M_{\odot}]{\text{تبدیل}} 1200 \times 10^{9} \times (2 \times 10^{30}\,kg)$$
$$\xrightarrow[gr \text{به} kg]{\text{تبدیل}} 1200 \times 10^{9} \times 2 \times 10^{30} \times (10^{3}\,gr)$$
$$= 2400 \times 10^{42}\,gr = 2/4 \times 10^{45}\,gr$$

۱۰۴ همان‌طور که می‌دانیم، یکای نجومی (AU)، برابر میانگین فاصلهٔ خورشید تا زمین است که طبق صورت سؤال، نور آن را در مدت ۸ دقیقه طی می‌کند. حال باید به دست بیاوریم در مدت زمان یک‌سال، نور چند یکای نجومی را طی می‌کند. بنابراین ابتدا یک سال را بر حسب دقیقه محاسبه می‌کنیم.

$$\text{۱ سال} = 365 \times 24 \times 60 = 525600 \text{ دقیقه}$$
(روز، ساعت، دقیقه)

در ادامه با یک تناسب، مسافتی که نور در یک سال طی می‌کند (یعنی یک سال نوری) را به دست می‌آوریم:

زمان (دقیقه)	مسافت (یکای نجومی)
۸	۱
۵۲۵۶۰۰	x

$$\rightarrow x = \frac{525600}{8} = 65700\,AU$$

۱۰۵ وقتی حاصل اندازه‌گیری توسط یک دستگاه رقمی (دیجیتال) برابر $2/83\,kg/m^3$ گزارش شود، دقت اندازه‌گیری برای این وسیلهٔ دیجیتالی برابر $0/01\,kg/m^3$ خواهد بود.

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0/01\,kg/m^3 \xrightarrow[\times 10^{-3}]{\text{تبدیل } gr/cm^3 \text{ به } kg/m^3} 0/01 \times 10^{-3}\,gr/cm^3 = 10^{-5}\,gr/cm^3$$

۱۰۶ محل قطع خط‌چین با خط‌کش، معادل با عددی است که شخص قرائت می‌کند. در حالتی‌که شخص در امتداد (۳) نگاه می‌کند، عدد قرائت‌شده بیشتر از مقدار واقعی است.

عدد قرائت (۱) > عدد قرائت (۲) > عدد قرائت (۳)

۱۰۷ در اغلب آزمایشگاه‌ها، کوچک‌ترین مقیاس‌بندی کولیس برابر $0/1\,mm$ و ریزسنج برابر $0/01\,mm$ است. بنابراین اگر بخواهیم طول این جسم را که بین $180\,mm$ تا $190\,mm$ است، به کمک این دو وسیله اندازه‌گیری کنیم، توسط ریزسنج می‌توان طول جسم را با دقت بیشتری اندازه گرفته و در نتیجه مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در آن کوچک‌تر است.

۱۰۸ ابتدا مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در هر چهار گزینه را برحسب یک واحد یکسان (مثلاً متر) به‌دست می‌آوریم تا متوجه شویم که کدام اندازه‌گیری با دقت بیشتری انجام شده است:

الف) $2/420 \times 10^{6}\,mm \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $0/001 \times 10^{6}\,mm = 0/001 \times 10^{6} \times (10^{-3}\,m) = 1\,m$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $0/001 \times 10^{6}\,mm$

ب) $2/42000 \times 10^{3}\,m \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $0/0001 \times 10^{3}\,m = 0/1\,m$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $0/0001 \times 10^{3}\,m$

ج) $2/42\,km \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $0/01\,km = 0/01 \times (10^{3}\,m) = 10\,m$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $0/01\,km$

د) $242000\,cm \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $1\,cm = 1 \times (10^{-2}\,m) = 0/01\,m$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با به‌دست آوردن مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست برای هر یک از اعداد داده شده، در حالت (د) بیشترین دقت اندازه‌گیری و در حالت (ج) کم‌ترین دقت اندازه‌گیری را داریم.

gajmarket.com

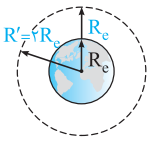
۱۰۹ ۱ اگر مقداری که می‌خواهیم اندازه بگیریم، بر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی وسیلهٔ اندازه‌گیری بخش‌پذیر باشد، می‌توانیم این مقدار را دقیق‌تر اندازه بگیریم. کوچک‌ترین درجه‌بندی پیمانه‌های مدرج (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب برابر $۲cm^۳$، $۳cm^۳$ و $۴cm^۳$ است که مقدار $۴۶cm^۳$ فقط بر $۲cm^۳$ بخش‌پذیر است و در نتیجه توسط پیمانهٔ (۱)، حجم مایع دقیق‌تر اندازه‌گیری می‌شود.

۱۱۰ ۴ می‌دانیم وزن یک جسم در هر نقطه از سطح زمین، برابر است با حاصل‌ضرب جرم جسم در شتاب گرانشی در آن نقطه. در ادامه ابتدا جرم جسم و سپس شتاب گرانشی در فاصلهٔ R_e از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم.

گام اول: (محاسبهٔ جرم جسم):

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ \rho=۷۸۰۰kg/m^۳=۷/۸gr/cm^۳\end{cases}\Rightarrow m=۷/۸\times۵۰=۳۹۰gr=۰/۳۹kg$$

گام دوم: (محاسبهٔ شتاب گرانشی در فاصلهٔ R_e از سطح زمین):



$$g=\frac{GM_e}{r^۲}\Rightarrow\frac{g'}{g_۰}=\left(\frac{R_e}{R'}\right)^۲=\left(\frac{R_e}{۲R_e}\right)^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow g'=\frac{۱}{۴}g_۰=۲/۵m/s^۲$$

گام سوم: (محاسبهٔ وزن جسم):

$$W=mg'=۰/۳۹\times۲/۵=۰/۹۷۵N$$

۱۱۱ ۱ می‌دانیم چگالی یک ماده تا هنگامی‌که ساختار مولکولی آن تغییر نکند، ثابت می‌ماند، بنابراین در اثر تغییرات فیزیکی مانند تغییر شکل یا تکه‌تکه کردن، چگالی واقعی ماده تغییر نمی‌کند.

اما اگر بخواهیم نحوهٔ تغییر چگالی ظاهری کره که از تقسیم جرم کره بر حجم ظاهری آن به‌دست می‌آید را بسنجیم، می‌توان نوشت:

جرم ثانویهٔ کره: $m'=\rho_۰\times V_{\text{واقعی}}=\rho_۰\times\left(\frac{۴}{۳}\pi R^۳-\frac{۴}{۳}\pi\left(\frac{R}{۲}\right)^۳\right)=\frac{۷}{۸}\times\rho_۰\times\frac{۴}{۳}\pi R^۳$

$$\rho_{\text{ظاهری}}=\frac{m'}{V_{\text{ظاهری}}}=\frac{\frac{۷}{۸}\times\rho_۰\times\frac{۴}{۳}\pi R^۳}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}=\frac{۷}{۸}\rho_۰$$

دقت شود که در کرهٔ سوراخ‌شده، حجم ظاهری کره برابر حجم بیرونی آن می‌باشد.

تذکر

یک کرهٔ تو خالی فلزی ممکن است بتواند بر روی سطح آب بایستد زیرا چگالی ظاهری آن از چگالی آب کم‌تر می‌شود. از این موضوع، عملاً در صنعت کشتی‌سازی بسیار استفاده می‌شود.

۱۱۲ ۱ با توجه به این‌که می‌خواهیم جرم ستاره‌ها با جرم کل آب خلیج فارس برابر شود، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم $\left(\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\right)$:

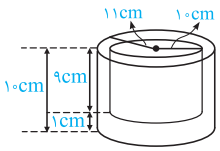
$$\text{جرم آب خلیج‌فارس}=\text{جرم ستاره‌های کوتوله}\Rightarrow\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\times۱۰^۶\times V_۱=۱۰۰۰\times(۲۵۰۰۰۰\times\underbrace{۱۰^۶}_{\text{تبدیل }km^۲\text{ به }m^۲}\times۵۰)\Rightarrow V_۱=۱/۲۵\times۱۰^۸m^۳$$

۱۱۳ ۱ حجم آب درون استوانه برابر است با:

$$V_{\text{آب}}=\pi r^۲h\simeq۳\times(۱۰)^۲\times۹cm^۳=۲۷۰۰cm^۳=۲۷۰۰\times۱۰^{-۶}m^۳$$

در ادامه برای محاسبهٔ حجم فلز این استوانه، حجم آب را از حجم استوانه‌ای با شعاع خارجی استوانه کم می‌کنیم:



$$V'=\pi r^۲h\simeq۳\times(۱۱)^۲\times۱۰cm^۳=۳۶۳۰cm^۳$$

$$\Rightarrow\text{حجم فلز ظرف}:V_{\text{فلز}}=(۳۶۳۰-۲۷۰۰)cm^۳=۹۳۰cm^۳$$

در ادامه همین رویکرد را برای پیدا کردن جرم ظرف انجام می‌دهیم:

$$\text{جرم آب}:m_{\text{آب}}=\rho.V=۱۰۰۰\times۲۷۰۰\times۱۰^{-۶}kg=۲/۷kg\Rightarrow m_{\text{فلز}}=(۱۰/۱۴-۲/۷)kg=۷/۴۴kg=۷۴۴۰gr$$

$$\text{چگالی ظرف}:\rho=\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}=\frac{۷۴۴۰}{۹۳۰}\frac{gr}{cm^۳}=۸gr/cm^۳$$

۱۱۴ ۳ اختلاف حجم مخلوط در دو حالت، در واقع مربوط به جرم یخ ذوب شده در دو حالت است، بنابراین اگر فرض کنیم حجم m گرم یخ، قبل از ذوب برابر $V_{\text{یخ}}$ و بعد از ذوب برابر $V_{\text{آب}}$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}V_{\text{یخ}}-V_{\text{آب}}=۵cm^۳\\ V_{\text{یخ}}=\frac{m}{\rho_{\text{یخ}}}=\frac{m}{۰/۹}\Rightarrow\frac{m}{۰/۹}-m=۵\Rightarrow m=۴۵gr\quad(\text{جرم یخ ذوب شده})\\ V_{\text{آب}}=\frac{m}{\rho_{\text{آب}}}=\frac{m}{۱}\end{cases}$$

۱ ۱۱۵ در هر دو حالت، حجم کل مجموعه را به دست می‌آوریم:

حالت اول: در این حالت m گرم یخ داریم، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_1=\frac{m}{\rho_{یخ}}\Rightarrow V_1=\frac{m}{۰/۹}=\frac{۱۰}{۹}m$$

حالت دوم: در این حالت ۲۰ درصد از جرم یخ ذوب شده است، بنابراین ۰/۸m یخ و ۰/۲m آب داریم. بنابراین حجم کل مجموعه برابر است با:

$$V_2=V_{یخ}+V_{آب}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}V_2=\frac{۰/۸m}{۰/۹}+\frac{۰/۲m}{۱}=\frac{۴۹}{۴۵}m$$

برای محاسبهٔ درصد تغییرات حجم کل مجموعه می‌توان نوشت:

$$\text{درصد تغییرات حجم}=\frac{V_2-V_1}{V_1}\times ۱۰۰=\frac{\frac{۴۹}{۴۵}m-\frac{۱۰}{۹}m}{\frac{۱۰}{۹}m}\times ۱۰۰=-۲٪\Rightarrow$$

حجم مجموعه ۲ درصد کاهش یافته است.

۱ ۱۱۶ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا جرم مجموعهٔ روغن و ظرف را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{جرم کل: }\textbf{حالت اول (ظرف پر از روغن است)}=m_{ظرف}+m_{روغن}=m_{ظرف}+\rho_{روغن}V_{روغن}=m_{ظرف}+۰/۸\times ۴۰۰=m_{ظرف}+۳۲۰gr\\ \text{جرم کل: }\textbf{حالت دوم (۲۵ درصد از روغن برداشته شود)}=m_{ظرف}+\frac{۳}{۴}m_{روغن}=m_{ظرف}+\frac{۳}{۴}\times ۳۲۰=m_{ظرف}+۲۴۰gr\end{cases}$$

طبق صورت سؤال، وقتی ۲۵ درصد از روغن برداشته شود، جرم کل مجموعه ۲۰ درصد کاهش می‌یابد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{ظرف}+۲۴۰=\frac{۸۰}{۱۰۰}(m_{ظرف}+۳۲۰)\Rightarrow m_{ظرف}=۸۰gr$$

گام دوم: وقتی ظرف به طور کامل از آب پر شود، وزن کل مجموعه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$m_{آب}=\rho_{آب}V_{آب}=۱\times ۴۰۰=۴۰۰gr$$

$$\text{وزن کل مجموعه}=(m_{ظرف}+m_{آب})\times g=(۸۰+۴۰۰)\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰=۴/۸N$$

(تبدیل گرم به کیلوگرم)

۲ ۱۱۷ **حالت اول:** اگر حجم ظرف را برابر V در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$V_A=\frac{۱}{۲}V\ ,\ V_B=\frac{۱}{۲}V$$

$$(\rho_{کل})_1=\frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{V}=\frac{\rho_A\times\frac{۱}{۲}V+\rho_B\times\frac{۱}{۲}V}{V}=\frac{\rho_A+\rho_B}{۲}=۴۰۰۰\Rightarrow \rho_A+\rho_B=۸۰۰۰ : \text{I رابطهٔ}$$

حالت دوم: مشابه با روند طی شده در حالت (۱)، داریم $(V_A=\frac{۱}{۴}V\ ,\ V_B=\frac{۳}{۴}V)$:

$$(\rho_{کل})_2=\frac{\rho_A\times\frac{۱}{۴}V+\rho_B\times\frac{۳}{۴}V}{V}=\frac{\rho_A+۳\rho_B}{۴}=۵۰۰۰\Rightarrow \rho_A+۳\rho_B=۲۰۰۰۰ : \text{II رابطهٔ}$$

$$\text{(I) و (II) رابطه‌های}\Rightarrow\begin{cases}\rho_A+\rho_B=۸۰۰۰\\ \rho_A+۳\rho_B=۲۰۰۰۰\end{cases}\Rightarrow \rho_A=۲۰۰۰kg/m^۳\ ,\ \rho_B=۶۰۰۰kg/m^۳$$

۴ ۱۱۸

نکته

برای محاسبهٔ چگالی مخلوط چند مایع، باید جرم کل مایعات را بر حجم کل آن‌ها تقسیم کنیم. بنابراین اگر در اثر مخلوط کردن دو مایع، حجم کل به اندازهٔ V' کاهش یابد، برای محاسبهٔ چگالی مخلوط آن‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2-V'}$$

(V': حجمِ کاهش‌یافته بر اثر مخلوط کردن)

بنابراین در این سؤال می‌توان نوشت:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2-V'}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2-V'}=\frac{۴\times ۲۰۰+۵\times ۱۰۰}{۲۰۰+۱۰۰-۴۰}=\frac{۱۳۰۰}{۲۶۰}=۵gr/cm^۳=۵۰۰۰kg/m^۳$$

۳ ۱۱۹ اگر در اثر مخلوط چند ماده، حجم کل به اندازهٔ V' کاهش یابد، برای محاسبهٔ چگالی مخلوط می‌توان نوشت:

$$V_1=\frac{m_1}{\rho_1}=\frac{۹۰}{۷/۵}=۱۲cm^۳\ ,\ V_2=\frac{m_2}{\rho_2}=\frac{۱۲۰}{۴}=۳۰cm^۳$$

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2-V'}\Rightarrow ۶=\frac{۹۰+۱۲۰}{۱۲+۳۰-V'}\Rightarrow V'=۷cm^۳$$

(۶ برحسب $gr/cm^۳$)

gajmarket.com