بسم الله الرحمن الرحیم

STATISTICS & PROBABILITY 11

Password ن وَ القَلَمِ وَمَا يَسْطُرُونَ

I ♥ gaj www.gaj.ir

Other user

ENG

20 علم آمار - علم احتمال

علم آمار در پی شناخت جامعهٔ نامعلوم با استفاده از نمونه‌های جمع‌آوری شدهٔ معلوم است.

پدیده‌هایی که با «شمارش» و «تعداد» سروکار دارند، مربوط به علم آمار هستند.

علم احتمال در پی بررسی یک نمونهٔ نامعلوم از یک جامعهٔ معلوم است و به نوعی در جهت عکس علم آمار است.

پدیده‌هایی که می‌خواهیم «امکان» و «شانس» آن‌ها را بررسی کنیم، مربوط به علم احتمال هستند.

مینی تست

1 کارشناسان کارخانهٔ ایران رادیاتور شهررشت می‌خواهند برای سال آینده تغییراتی در میزان تولید اسپلیت‌های کارخانه به‌وجود آورند، آن‌ها ابتدا به کمک .... اطلاعات سال‌های گذشته را جمع آوری می‌کنند و سپس در قدم بعدی .... به آن‌ها کمک می‌کند بهترین تصمیم را بگیرند.

A علم آمار - علم احتمال
B علم احتمال - علم آمار

2 ابزار حل مسائلی که با ناآگاهی نسبی از شرایط و یا وقایع آینده همراه است .... است.

A علم آمار و علم احتمال
B علم ریاضی و علم منطق

3 شناخت جامعه با استفاده از نمونه‌ها و داده‌ها .... است.

A یک تحلیل احتمالی
B یک کار آماری

4 اگر جامعه را با جزئیات بشناسیم و بخواهیم بدانیم نمونه‌هایی از آن جامعه چگونه‌اند، .... به کمک ما می‌آید.

A علم احتمال
B علم آمار

5 علم آمار در پی شناخت .... از .... است.

A جامعهٔ معلوم - یک نمونهٔ نامعلوم
B جامعهٔ نامعلوم - نمونه‌های جمع‌آوری شدهٔ معلوم

6 علم احتمال در پی بررسی یک .... از یک .... است.

A نمونهٔ نامعلوم - جامعهٔ معلوم
B نمونهٔ معلوم - جامعهٔ نامعلوم

7 شکل مقابل، مربوط به .... است.

A علم آمار
B علم احتمال

8 شکل مقابل، مربوط به .... است.

A علم آمار
B علم احتمال

9 جملهٔ «کارخانه‌هایی که سهام خود را در بورس عرضه کرده‌اند» مربوط به .... است. چون نمی‌دانیم چه تعداد از کارخانه‌ها سهام خود را در بورس عرضه کرده‌اند و ما سعی در شناخت .... داریم.

A علم آمار - جامعهٔ نامعلوم
B علم احتمال - نمونهٔ معلوم

10 جملهٔ «امکان پایین آمدن شاخص‌های بورس در سال آینده» مربوط به .... است. چون ما در پی بررسی یک .... هستیم.

A علم آمار - نمونهٔ معلوم [سال آینده]
B علم احتمال - نمونهٔ نامعلوم [سال آینده]

11 دو علم آمار و احتمال به‌نوعی .... هستند.

A در جهت عکس هم
B هم‌جهت با هم

12 «تعداد عضوهای هیئت منصفهٔ دیوان لاهه» و « امکان متهم شدن پس از بررسی هیئت منصفه» به‌ترتیب مربوط به .... و .... هستند.

A علم آمار - علم احتمال
B علم احتمال - علم آمار

13 بررسی «میزان درآمد کارکنان شهرداری» مربوط به .... است.

A علم آمار
B علم احتمال

14 بررسی «تعداد دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم که به شنا علاقه دارند.» مربوط به .... است.

A علم احتمال
B علم آمار

1 A 2 A 3 B 4 A 5 B 6 A 7 A 8 B 9 A 10 B 11 A 12 A 13 A 14 B

238 کدام‌یک از موارد زیر مربوط به علم احتمال است؟

۱) میزان بارش باران در سال گذشته
۲) تعداد رأی دهندگان در انتخابات مجلس نمایندگان طی دهه‌های پیش
۳) درصد رشد نرخ تورم طی یک دوره ریاست جمهوری
۴) امکان افزایش دست‌مزد و حقوق در سال آینده

239 **کدام‌یک از موارد زیر مربوط به علم آمار است؟**

۱) امکان بازگشت سرمایهٔ شرکت بعد از تبلیغات

۲) امکان افزایش قیمت دلار در فصل تابستان

۳) شانس درمان ۵ نفر از گروهی که ۳۰ درصد آن‌ها به بیماری مبتلا هستند.

۴) تعداد کارخانه‌هایی که در اثر افزایش قیمت دلار ورشکست شده‌اند.

21 فضای نمونه در آزمایش‌های توأم

اگر یک آزمایش تصادفی از دو آزمایش مجزا با فضای نمونهٔ $S_{۱}$ و $S_{۲}$ تشکیل شده باشد و این دو آزمایش توأم با هم انجام شود یا یکی پس از دیگری انجام شود، فضای نمونهٔ این آزمایش مرکب، برابر با ضرب دکارتی دو فضای نمونهٔ اولیه است.

$$\boxed{S=S_{۱}\times S_{۲}}$$

فضای نمونهٔ پرتاب یک سکه {ر , پ}=S است. حال اگر دو سکه را با هم پرتاب کنیم، فضای نمونه به صورت زیر خواهد بود:

S=S۱×S۲={(ر , ر)، (پ , ر)، (ر , پ)، (پ , پ)}

مینی تست

یک رانندهٔ تاکسی خطی در ایستگاه منتظر می‌ماند تا حداکثر ۳ مسافر سوار کند، البته با کمتر از ۳ مسافر نیز ممکن است حرکت کند:

1 اگر در برگشت نیز همین اتفاق بیافتد، فضای نمونهٔ «تعداد مسافران در مسیر رفت و برگشت» به‌صورت .... است.

A $S=\{۰,۱,۲,۳\}\times\{۰,۱,۲,۳\}$

B $S=\{\{۰,۱\},\{۰,۲\},\{۰,۳\},\{۱,۲\},\ldots,\{۳,۲\}\}$

2 اگر در برگشت با کمتر از یک مسافر حرکت نکند، فضای نمونه دارای .... عضو است.

A ۳×۳=۹　B ۴×۳=۱۲

3 اگر او تصمیم بگیرد در رفت با حداقل ۲ مسافر و در برگشت نیز با حداقل یک مسافر حرکت کند، فضای نمونه دارای .... عضو است.

A ۲×۳=۶　B ۱×۳=۳

4 در این آزمایش تصادفی (۳,۲) یک برآمد ....

A محسوب نمی‌شود　B محسوب می‌شود

5 منظور از برآمد (۳,۰) این است که ....

A تاکسی با ۳ مسافر حرکت کرده و خالی برگشته است

B تاکسی خالی رفته و با ۳ مسافر برگشته است

6 تعداد برآمدهایی که در آن مجموع تعداد مسافران در یک رفت و برگشت بیش از ۴ است، برابر با .... است.

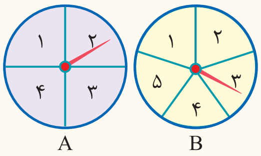
A ۲　B ۳

7 زهره و زهرا با هم یک مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می‌کنند. فضای نمونهٔ این آزمایش تصادفی .... عضو دارد.

A ۳×۳=۹　B ۳+۳=۶

8 صفحه‌های هر یک از عقربه‌های A و B را به‌ترتیب به ۴ قطاع و ۵ قطاع مساوی با شماره‌های {۱,۲,۳,۴} و{۱,۲,۳,۴,۵} تقسیم می‌کنیم و عقربه‌های هردو صفحه را می‌چرخانیم. فضای نمونهٔ این آزمایش تصادفی .... عضو دارد.

A ۵+۴　B ۵×۴



1 A　2 B　3 A　4 B　5 A　6 B　7 A　8 B

240 **در یک ایستگاه هواشناسی، در هرلحظه وضعیت آب و هوا با چهار چیز معلوم می‌شود و رطوبت هوا می‌تواند «خشک یا مرطوب» باشد و همچنین سرعت باد «کم یا زیاد» باشد، هوا «صاف و ابری یا نیمه ابری» باشد و بارندگی هم «رخ داده یا نداده» باشد. فضای نمونهٔ این ایستگاه هواشناسی چند عضو دارد؟**

۱) ۹　۲) ۷۲　۳) ۲۴　۴) ۹۶

241 **یک رانندهٔ وَن خطی در ایستگاه منتظر مسافر می‌ماند تا حداکثر ۸ مسافر سوار کند. البته ممکن است با حداقل ۳ مسافر هم حرکت کند. در مسیر برگشت با کمتر از ۵ مسافر برنمی‌گردد. فضای نمونه برای توصیف چنین پدیده‌ای اگر فقط تعداد مسافرها برای ما مهم باشد، چند عضو دارد؟**

۱) ۲۰　۲) ۱۸　۳) ۲۴　۴) ۱۶

22 پیروزی و شکست

آزمایش‌های تصادفی دوحالته مانند پرتاب سکه، تولد بچه و ... را **امتحان** می‌نامیم. در هر امتحان، پیشامدی که مطلوب ماست **پیروزی** و آن چیزی که مطلوب ما نیست و مسأله آن را نمی‌خواهد، **شکست** نامیده می‌شود. این مسائل معمولاً دو تیپ عمده دارند:

1 اگر یک امتحان را پی‌درپی تکرار کنیم تا اولین پیروزی در آزمایش n اُم حاصل شود، بدان معنی است که $n-۱$ آزمایش اولیه، همگی با شکست مواجه شده است و در آزمایش n اُم اولین پیروزی حاصل شده است. بنابراین احتمال آن برابر است با: [p احتمال پیروزی در یک آزمایش و q احتمال شکست در یک آزمایش است]

$$\text{اولین پیروزی در آزمایش } n\text{اُم} = \underbrace{(q\times q\times\cdots\times q)}_{n-۱ \text{ بار شکست}}\times\underbrace{p}_{\text{پیروزی}} = q^{n-۱}\times p$$

وقتی می‌گوییم تاسی را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار در پرتاب پنجم عدد «۲» بیاید، یعنی ۴ بار اول نباید «۲» بیاید و بار پنجم باید «۲» بیاید:

$$P=\underbrace{(\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶})}_{۴ \text{ شکست}}\times\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{پیروزی}}=(\frac{۵}{۶})^{۴}(\frac{۱}{۶})$$

فضاهای نمونهٔ بیش از دوعضوی را نیز می‌توان امتحان تلقی کرد، مثلاً در پرتاب تاس اگر «۲ آمدن» مطلوب است، «۲ آمدن» پیروزی و «۲ نیامدن» شکست محسوب می‌شود.

2 اگر یک آزمایش تصادفی دوحالته که احتمال پیروزی آن p و احتمال شکست آن q است را n بار تکرار کنیم و بخواهیم k بار پیروز شویم، باید احتمال k پیروزی در آزمایش‌های اول و $n-k$ شکست در آزمایش‌های بعدی را حساب کنیم و جواب را در جایگشت این شکست‌ها و پیروزی‌ها ضرب کنیم، چون جای شکست‌ها و پیروزی‌ها مهم نیست و فقط تعداد آن‌ها اهمیت دارد:

$$\text{احتمال } k \text{ پیروزی در } n \text{ آزمایش} = \underbrace{p\times p\times\cdots\times p}_{k \text{ بار پیروزی}}\times\underbrace{q\times q\times\cdots\times q}_{n-k \text{ بار شکست}}\times\frac{n!}{k!(n-k)!}=\binom{n}{k}p^{k}q^{n-k}$$

در یک بیمارستان شانس موفقیّت در یک عمل جراحی $\frac{۴}{۵}$ است. اگر این عمل جراحی روی ۶ نفر انجام شود احتمال آن‌که فقط یک عمل با شکست همراه باشد چقدر است؟

اگر احتمال موفقیّت در عمل برابر با $p=\frac{۴}{۵}$ باشد آنگاه احتمال شکست برابر با $q=۱-\frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵}$ است. از طرف دیگر یک شکست در ۶ عمل متناظر با ۵ موفقیّت است و با توجه به فرمول فوق، احتمال مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P=\frac{۴}{۵}\times\frac{۴}{۵}\times\frac{۴}{۵}\times\frac{۴}{۵}\times\frac{۴}{۵}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۶!}{۵!۱!}=\binom{۶}{۵}(\frac{۴}{۵})^{۵}(\frac{۱}{۵})$$

مینی تست

تاسی را پی در پی پرتاب می‌کنیم تا برای اولین‌بار ۶ بیاید:

1 اگر در پرتاب دوم برای اولین‌بار ۶ بیاید؛ یعنی ....

A پرتاب اول می‌تواند هر یک از اعداد ۱ تا ۶ آمده باشد

B پرتاب اول ۶ نیامده و پرتاب دوم ۶ آمده است

2 پیشامد «در پرتاب دوم برای اولین‌بار ۶ بیاید.» به‌صورت .... است.

A $\{(۱,۶),(۲,۶),(۳,۶),(۴,۶),(۵,۶)\}$

B $\{(۱,۶),(۲,۶),(۳,۶),(۴,۶),(۵,۶),(۶,۶)\}$

3 پیشامد «در پرتاب سوم برای اولین‌بار ۶ بیاید.» دارای .... عضو است.

A $۵\times۵\times۱$ B $۱\times۱\times۶$

4 پیشامد «در پرتاب n اُم برای اولین‌بار ۶ بیاید.» دارای .... عضو است.

A $۵^{n}\times۶$ B $۵^{n-۱}$

تاسی را پی در پی پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار ۶ بیاید. احتمال آن‌که:

5 برای اولین بار در پرتاب سوم ۶ بیاید، برابر با .... است.

A $\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$ B $۱\times۱\times\frac{۱}{۶}$

6 برای اولین بار در پرتاب چهارم ۶ بیاید، برابر با .... است.

A $\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$ B $\frac{۵}{۶}\times\frac{۴}{۶}\times\frac{۳}{۶}\times\frac{۱}{۶}$

NEXT

1 B 2 A 3 A 4 B 5 A 6 A

مینی تست

7 برای اولین بار در پرتاب سوم یا چهارم ۶ بیاید، برابر با .... است.

A $[(\frac{۵}{۶})\times(\frac{۱}{۶})^{۲}]+[(\frac{۵}{۶})\times(\frac{۱}{۶})]$

B $[(\frac{۵}{۶})^{۲}\times(\frac{۱}{۶})]+[(\frac{۵}{۶})^{۳}\times(\frac{۱}{۶})]$

8 حداکثر در پرتاب دوم عدد ۶ بیاید، برابر با .... است.

A $\frac{۱}{۶}+\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$ B $\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$

9 حداکثر در پرتاب سوم عدد ۶ بیاید، برابر با .... است.

A $\frac{۱}{۶}+\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}+\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$ B $\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$

7 B 8 A 9 A

---

242 دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار حاصل ضرب اعداد رو شده فرد باشد، چقدر احتمال دارد در سومین پرتاب این دو تاس باهم به نتیجه برسیم؟ (داخل - ۹۱)

۱) $\frac{۲۷}{۱۲۸}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۹}{۶۴}$ ۴) $\frac{۲۷}{۶۴}$

243 دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار، هر دو زوج بیایند، با کدام احتمال حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟ (داخل - ۹۱)

۱) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳۷}{۶۴}$ ۳) $\frac{۱۹}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳۹}{۶۴}$

244 درجعبه‌ای ۲ مهرهٔ سیاه و ۳ مهرهٔ سفید یکسان وجود دارد. به تصادف یک مهره خارج کرده رنگ آن را یادداشت کرده و به جعبه برمی‌گردانیم، چقدر احتمال دارد حداکثر در برداشت سوم برای اولین بار سفید خارج شود؟ (خارج - ۹۰)

۱) $\frac{۲۱}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱۱۷}{۱۲۵}$ ۳) $\frac{۱۱۹}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۲۴}{۲۵}$

245 تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آن‌که دو بار عدد بزرگ‌تر از ۴ حاصل شود، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۷۲}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳۶}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

246 می‌دانیم احتمال داشتن بیماری خاصی در یک خانواده $\frac{۱}{۴}$ برای هر فرزند است. اگر این خانواده دارای ۴ فرزند باشد، چقدر احتمال دارد ۳ فرزند آن‌ها دارای این بیماری خاص باشد؟ (خارج - ۹۶)

۱) $\frac{۳}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۹}{۶۴}$ ۴) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$

23 یک نوع مسئله در اصل شمول

در بعضی تست‌ها یک مجموعه مانند $S=\{۱,۲,۳,\ldots,m\}$ داده می‌شود و سؤالات مختلفی دربارهٔ این‌که چند عضو از مجموعه، مضرب فلان عدد است یا مضرب فلان عدد نیست، پرسیده می‌شود و احتمال آن را از ما می‌خواهند. در این موارد بهترین راه استفاده از نمودار ون می‌باشد که ترتیب پر کردن قسمت‌های مختلف نمودار، قبلاً گفته شده است. [البته می‌توان از قوانین احتمال هم استفاده کرد]

$$S=\{۱,۲,۳,\ldots,m\}$$

• تعداد اعضایی از S که مضرب k هستند برابر است با: $\left\lfloor\frac{m}{k}\right\rfloor$	• تعداد اعضایی از S که مضرب $k_۱$ و مضرب $k_۲$ هستند برابراست با: $\left\lfloor\frac{m}{[k_۱,k_۲]}\right\rfloor$
$A=\{۱,۲,\ldots,۲۰\}$ ⇦ تعداد اعضای مضرب ۳ $=\left\lfloor\frac{۲۰}{۳}\right\rfloor=۶$	$A=\{۱,۲,۳,\ldots,۳۰\}$ ⇦ تعداد اعضای مضرب ۴ و مضرب ۶ $=\left\lfloor\frac{۳۰}{۱۲}\right\rfloor=۲$

برای محاسبهٔ ک.م.م دو عدد از رابطهٔ $[a,b]=\frac{ab}{(a,b)}$ استفاده می‌کنیم. $[۱۲,۱۵]=\frac{۱۲\times۱۵}{(۱۵,۱۲)}=\frac{۱۲\times۱۵}{۳}=۶۰$

در مواردی که عضوهای مجموعهٔ عددی داده‌شده از ۱ شروع نشده است، مثلاً به صورت $S=\{۱۰,۱۱,۱۲,\ldots,۵۰۰\}$ می‌باشد، تعداد عضوهایی از S که مضرب k هستند، با تقریب بسیار بالا برابر است با:

$$\left\lfloor\frac{\text{تعداد اعضای } S}{k}\right\rfloor$$

این تقریب گاهی خطای یک واحدی تولید می‌کند که در مسائل مربوط به محاسبهٔ احتمال خطای ایجاد شده بسیار ناچیز خواهد شد و اگر تعداد اعضای فضای نمونه ۱۰۰ یا بیشتر باشد، این خطا روی رقم سوم اعشار تأثیرگذار خواهد بود!!!

مینی تست

از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,۳,...,۶۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال این‌که:

1 عدد انتخاب شده مضرب ۲ (زوج) باشد، برابر با .... است.

A $\frac{۲۹}{۶۰}$ B $\frac{۳۰}{۶۰}$

2 عدد انتخاب شده مضرب ۳ باشد، برابر با .... است.

A $\frac{۲۰}{۶۰}$ B $\frac{۲۱}{۶۰}$

3 عدد انتخاب شده مضرب ۳ نباشد، برابر با .... است.

A $۱-\frac{۲۰}{۶۰}$ B $۱-\frac{۲۱}{۶۰}$

4 عدد انتخاب شده هم مضرب۲ و هم مضرب ۳ باشد، برابر با........... است.

A $\frac{۱۰}{۶۰}$ B $\frac{۲۰}{۶۰}+\frac{۳۰}{۶۰}$

5 عدد انتخاب شده مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد، برابر با .... است.

A $\frac{۳۰}{۶۰}-\frac{۱۰}{۶۰}$ B $\frac{۳۰}{۶۰}-\frac{۲۰}{۶۰}$

6 عدد انتخاب شده مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۲ نباشد، برابر با .... است.

A $\frac{۳۰}{۶۰}-\frac{۱۰}{۶۰}$ B $\frac{۲۰}{۶۰}-\frac{۱۰}{۶۰}$

7 عدد انتخاب شده مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد، یا مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۲ نباشد برابر با .... است.

A $\frac{۳۰}{۶۰}+\frac{۲۰}{۶۰}$ B $\frac{۲۰}{۶۰}+\frac{۱۰}{۶۰}$

8 عدد انتخاب شده مضرب ۲ یا مضرب ۳ باشد، برابر با .... است.

A $\frac{۲۰}{۶۰}+\frac{۳۰}{۶۰}=\frac{۵۰}{۶۰}$ B $\frac{۳۰}{۶۰}+\frac{۲۰}{۶۰}-\frac{۱۰}{۶۰}=\frac{۴۰}{۶۰}$

9 عدد انتخاب شده نه مضرب ۲ و نه مضرب ۳ باشد، برابر با .... است.

A $۱-\frac{۴۰}{۶۰}$ B $۱-\frac{۵۰}{۶۰}$

از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,۳,...,۱۲۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که:

10 عدد انتخاب شده مضرب ۴ باشد، برابر با .... است.

A $\frac{۳۰}{۱۲۰}$ B $\frac{۴۰}{۱۲۰}$

11 عدد انتخاب شده مضرب ۶ باشد، برابربا .... است.

A $\frac{۳۰}{۱۲۰}$ B $\frac{۲۰}{۱۲۰}$

12 عدد انتخاب شده هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ باشد، برابر با .... است.

A $\frac{۱۰}{۱۲۰}$ B $\frac{۵}{۱۲۰}$

13 عدد انتخاب شده مضرب ۴ باشد ولی مضرب ۶ نباشد، برابر با .... است.

A $\frac{۳۰}{۱۲۰}-\frac{۱۰}{۱۲۰}$ B $\frac{۳۰}{۱۲۰}-\frac{۵}{۱۲۰}$

14 عدد انتخاب شده مضرب ۴ یا مضرب ۶ باشد، برابر با .... است.

A $\frac{۳۰}{۱۲۰}+\frac{۲۰}{۱۲۰}-\frac{۱۰}{۱۲۰}=\frac{۴۰}{۱۲۰}$ B $\frac{۳۰}{۱۲۰}+\frac{۲۰}{۱۲۰}=\frac{۵۰}{۱۲۰}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	A	A	A	A	B	B	B	A	A	B	A	A	A

247 از مجموعهٔ اعداد $S=\{۱,۲,۳,...,۳۰۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم با کدام احتمال، این عدد بر ۷ بخش پذیر است و بر ۱۱ بخش پذیر نیست؟

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۳ ۳) ۰/۱۴ ۴) ۰/۱۵ (خارج - ۸۶)

248 عددی به تصادف از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,۳,...,۶۰\}$ انتخاب می‌کنیم احتمال آن که این عدد انتخاب شده مضرب ۲ یا ۳ باشد ولی مضرب ۵ نباشد کدام است؟ (داخل - ۹۵)

۱) $\frac{۷}{۲۰}$ ۲) $\frac{۷}{۱۵}$ ۳) $\frac{۸}{۱۵}$ ۴) $\frac{۹}{۲۰}$

249 عددی به تصادف از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,۳,...,۴۸\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد مضرب ۵ باشد ولی نه مضرب ۲ باشد نه مضرب ۳ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲۴}$ ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

250 از مجموعهٔ اعداد $S=\{۱۰۰,۱۰۱,۱۰۲,...,۶۰۰\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد مضرب ۴ یا مضرب ۹ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱۳}{۲۶}$

NOTE

David Hilbert
@David 1862

اگر پس از خواب هزارساله بیدار می‌شدم ، نخستین سوال من این بود :

آیا حدس ریمان اثبات شده است؟

If I were to awaken after having slept for a thousand years, my first question would be: has the Riemann Hypothesis been proven?

درس اول : ...... توصیف و نمایش داده‌ها

درس دوم : ...... معیارهای گرایش به مرکز

درس سوم : ...... معیارهای پراکندگی

CHAPTER 3

Descriptive Statistics

08 ترکیب دو شرطی

به ترکیب عطفی هر گزارهٔ شرطی و عکس آن یعنی $(p\Rightarrow q)\wedge(q\Rightarrow p)$، ترکیب دو شرطی گفته می‌شود و به صورت « $p\Leftrightarrow q$ » نشان داده می‌شود و به صورت‌های زیر خوانده می‌شود:

۱ اگر p آن‌گاه q و برعکس. ۲ p اگر و تنها اگر q ۳ p شرط لازم و کافی برای q است.

$p\Leftrightarrow q$	q	p
د	د	د
ن	ن	د
ن	د	ن
د	ن	ن

ارزش ترکیب دو شرطی زمانی درست است که دو گزارهٔ p و q هم ارزش باشند. یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند. در غیر این صورت ارزش آن نادرست است.

$$T\equiv\square\Leftrightarrow\square$$

گزارهٔ دو شرطی همیشه درست را قضیهٔ دو شرطی می‌نامند.

اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد آنگاه $a^۲=b^۲+c^۲$ و برعکس.

اگر $p\Leftrightarrow q$ یک گزارهٔ دو شرطی باشد، آن‌گاه گزارهٔ $q\Leftrightarrow p$ را عکس آن می‌نامند که هم ارز با خود گزاره است.

$q\Leftrightarrow p\equiv p\Leftrightarrow q$

مینی تست

1 ارزش گزارهٔ مرکب « $۲>۳\Leftrightarrow -۲<-۳$ » .... است.

A درست B نادرست

2 ارزش گزارهٔ مرکب «به‌ازای هر a و b، $a\in\{b\}$ اگر و تنها اگر $a=b$ » .... است.

A درست B نادرست

3 ترکیب دو شرطی $p\Leftrightarrow T$ از نظر ارزشی .... است.

A همواره درست B هم ارز با گزارهٔ p

4 ترکیب دو شرطی $p\Leftrightarrow F$ از نظر ارزش گزاره‌ها، .... است.

A همواره نادرست B هم ارز با گزارهٔ $\sim p$

5 ترکیب دوشرطی $T\Leftrightarrow F$ یک گزاره با ارزش .... است.

A نادرست B درست

6 ترکیب دو شرطی $p\Leftrightarrow\sim p$ دارای ارزش .... است.

A معادل با p B همواره نادرست

1 A 2 A 3 B 4 B 5 A 6 B

33 اگر p گزاره‌ای نادرست و q و r گزاره‌هایی دلخواه باشند. در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) $(\sim p\wedge q)\Leftrightarrow(p\wedge q)$ ۲) $(\sim p\vee q)\Leftrightarrow(p\vee q)$ ۳) $(p\vee q)\Leftrightarrow(p\vee r)$ ۴) $(p\wedge q)\Leftrightarrow(p\wedge r)$

34 اگر $(p\wedge q)\Rightarrow r$ نادرست باشد، کدام‌یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱) $(p\vee r)\Leftrightarrow(q\vee r)$ ۲) $(p\wedge r)\Leftrightarrow(q\wedge r)$ ۳) $(p\wedge r)\Leftrightarrow(q\vee r)$ ۴) $(p\Rightarrow r)\Leftrightarrow(q\Rightarrow r)$

35 کدام گزینه جملهٔ «اگر .... باشد، ارزش گزارهٔ $p\vee(q\Leftrightarrow r)$ درست است» را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

۱) p و r درست ۲) p و q درست ۳) q و r درست ۴) p و r نادرست

36 کدام گزینه جملهٔ «اگر .... باشد، ارزش گزارهٔ $(p\vee q)\Leftrightarrow r$ درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی‌کند؟

۱) p و q درست ۲) p و r نادرست ۳) p و r درست ۴) q درست و r نادرست

37 کدام گزینه جملهٔ «اگر .... باشد، ارزش گزارهٔ $(p\Leftrightarrow q)\Rightarrow r$ درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی‌کند؟

۱) p درست و q نادرست ۲) p، q و r نادرست ۳) p، q درست و r نادرست ۴) q درست و r نادرست

38 کدام گزینه جملهٔ «اگر .... باشد، ارزش گزارهٔ $p\Leftrightarrow(q\Rightarrow r)$ درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی‌کند؟

۱) p و q درست و r نادرست ۲) p درست و q نادرست ۳) p، q و r نادرست ۴) p نادرست و q درست

39 کدام گزینه جملهٔ «اگر .... باشد، ارزش گزارهٔ $(p\vee q)\Leftrightarrow(p\Rightarrow r)$ درست است» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) p و q درست ۲) q نادرست و p درست ۳) p و r نادرست ۴) q و r درست

09 تحلیل جدول

برای حل و فصل سؤالات مربوط به تحلیل جدول باید از روی ارزش گزاره‌های داده شده، ارزش گزاره‌های پایه و اصلی یعنی ...,p,q,r را تعیین کنیم تا بتوانیم ارزش گزاره‌ای که در مسئله خواسته شده را از گزینه‌ها تشخیص دهیم. گاهی اوقات هم ممکن است نتوان به طور دقیق ارزش p و q را مشخص کرد و فقط وضعیت آن‌ها نسبت به هم معلوم باشد مثلاً بگوییم p و q هم ارزش‌اند یا مثلاً بگوییم p و q هم ارزش نیستند.

- در جدول مقابل از آنجا که $p\vee q$ نادرست است می‌توان نتیجه گرفت که هم p و هم q نادرست هستند و با توجه به آن‌که $p\vee r$ درست و p نادرست است می‌توان نتیجه گرفت که r قطعاً درست است:

p	q	r	$p\vee q$	$p\vee r$
....	....	....	ن	د

مینی تست

1 در جدول زیر ارزش گزارهٔ p .... و ارزش گزارهٔ q .... است.

p	q	$p\Rightarrow q$	$p\vee q$	$p\wedge q$
....	....	د	د	ن

A نادرست - درست
B درست - نادرست

2 در جدول زیر ارزش گزارهٔ p .... و ارزش گزارهٔ $p\vee\sim q$ .... است.

p	q	$p\Leftrightarrow q$	$p\vee\sim q$
....	ن	ن	....

A نادرست - درست
B درست - درست

3 در جدول زیر ارزش گزارهٔ p .... و ارزش گزارهٔ $p\vee q$ .... است.

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$
....	د	ن	....

A نادرست - درست
B درست - نادرست

4 در جدول زیر، ارزش گزارهٔ $p\Rightarrow q$ کدام است؟

p	q	$p\wedge\sim q$	$p\Rightarrow q$
....	....	د	....

A درست
B نادرست

5 در جدول زیر ارزش گزارهٔ $\sim p\vee q$ کدام است؟

p	q	$p\Leftrightarrow q$	$p\wedge q$	$\sim p\vee q$
....	....	د	ن	....

A درست
B نادرست

6 در جدول زیر ارزش گزارهٔ p .... و ارزش گزارهٔ q .... است و در نتیجه ارزش گزارهٔ $\sim p\wedge q$ .... است.

p	q	$p\Rightarrow q$	$\sim p\wedge q$
....	....	ن	....

A نادرست - درست - درست
B درست - نادرست - نادرست

7 در جدول زیر ارزش گزارهٔ $\sim p\vee q$ .... است.

p	q	$p\Rightarrow q$	$\sim p\vee q$
....	....	ن	....

A درست
B نادرست

8 در جدول زیر ارزش گزارهٔ p .... و ارزش گزارهٔ q .... است و در نتیجه ارزش گزارهٔ $p\Rightarrow q$ .... است.

p	q	$p\vee q$	$p\Leftrightarrow q$	$p\Rightarrow q$
....	....	ن	د	....

A درست - درست - نادرست
B نادرست - نادرست - درست

9 در جدول زیر ارزش گزارهٔ $p\wedge q$ .... است.

p	q	$p\Leftrightarrow q$	$p\vee q$	$p\wedge q$
....	....	د	د	....

A درست
B نادرست

10 در جدول زیر ارزش گزارهٔ $p\Rightarrow(q\vee r)$ .... است.

p	q	r	$p\vee(q\wedge r)$	$p\Rightarrow(q\vee r)$
....	....	....	ن	....

A درست
B نادرست

11 در جدول زیر ارزش گزارهٔ $q\Rightarrow r$ .... است.

p	q	r	$p\Rightarrow(q\vee r)$	$q\Rightarrow r$
....	....	....	ن	....

A درست
B نادرست

12 با تعیین ارزش p و q گزارهٔ مناسب برای ستون آخر جدول زیر گزارهٔ .... است.

p	q	$p\Leftrightarrow q$	$p\wedge r$	....
....	....	ن	د	د

A $q\Rightarrow p$
B $r\Leftrightarrow q$

13 با تعیین ارزش گزاره‌های p، q و r گزارهٔ مناسب برای ستون سمت راست در جدول زیر گزارهٔ .... است.

p	q	r	$p\wedge\sim q$	$p\Rightarrow r$	....
....	....	....	د	ن	د

A $(q\wedge r)\Rightarrow p$
B $p\Rightarrow(q\wedge r)$

14 باتوجه به جدول زیر گزارهٔ مناسب، برای ستون آخر گزارهٔ .... است.

p	q	r	$p\vee(q\Rightarrow r)$	....
....	....	....	ن	ن

A $\sim p\Rightarrow r$
B $r\Rightarrow q$

15 باتوجه به جدول زیر گزارهٔ .... برای ستون آخر جدول مناسب است.

p	q	r	$p\Leftrightarrow q$	$r\vee q$	....
....	....	....	ن	ن	ن

A $r\Rightarrow p$
B $r\Leftrightarrow p$

16 باتوجه به جدول زیر، گزارهٔ .... برای ستون آخر جدول مناسب است.

p	q	r	$\sim p\Rightarrow q$	$p\vee r$	....
....	....	....	ن	د	ن

A $q\Rightarrow r$
B $r\Rightarrow q$

1 A 2 B 3 A 4 B 5 A 6 B 7 B 8 B 9 A 10 A 11 A 12 A 13 A 14 A 15 B 16 B

40 کدام گزارهٔ مرکب زیر برای ستون آخر جدول مقابل مناسب است؟

۱) $p \Rightarrow q$

۲) $p \Rightarrow \sim q$

۳) $\sim p \Rightarrow q$

۴) $\sim p \Rightarrow \sim q$

....	q	p
ن	د	د
د	ن	د
د	د	ن
د	ن	ن

41 کدام گزارهٔ مرکب زیر را برای گزارهٔ x می‌توان در نظر گرفت؟

۱) $\sim p \wedge q$

۲) $p \wedge \sim q$

۳) $p \vee \sim q$

۴) $\sim p \vee q$

x	q	p
ن	د	د
ن	ن	د
....	د	....
ن	....	....

42 جدول زیر سطر اول یک جدول ارزش گزاره‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول کدام گزاره ممکن است در ستون آخر قرار گیرد؟

....	$\sim p \vee q$	q	p
ن	ن	....	....

۱) $\sim p \Rightarrow q$

۲) $\sim q \Rightarrow p$

۳) $p \Rightarrow q$

۴) $p \Leftrightarrow \sim q$

43 با توجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

....	$p \wedge \sim q$	q	p
د	د	....	....

۱) $(p \Rightarrow q) \vee q$

۲) $p \wedge (q \Rightarrow p)$

۳) $p \Rightarrow q$

۴) $(\sim p \wedge q) \vee q$

44 با توجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

....	$p \Rightarrow q$	q	p
د	ن	....	....

۱) $\sim p \wedge (p \vee q)$

۲) $p \Leftrightarrow q$

۳) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

۴) $\sim p \Leftrightarrow q$

45 با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

....	$p \vee (q \Rightarrow r)$	r	q	p
ن	ن	....	....	....

۱) $\sim p \Rightarrow r$

۲) $r \Rightarrow q$

۳) $r \Leftrightarrow \sim q$

۴) $p \vee q$

46 با توجه به جدول مقابل، کدام گزینه می‌تواند در ستون آخر قرار گیرد؟

....	$p \Rightarrow \sim q$	$p \Leftrightarrow q$	q	p
ن	د	د	....	....

۱) $\sim p \vee q$

۲) $\sim p \wedge q$

۳) $\sim p \vee \sim q$

۴) $\sim p \wedge \sim q$

47 با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

....	$r \wedge q$	$p \Leftrightarrow q$	r	q	p
ن	ن	ن	....	د	....

۱) $r \Rightarrow p$

۲) $\sim r \Leftrightarrow p$

۳) $p \Rightarrow q$

۴) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

48 با توجه به ارزش‌های مشخص شده برای گزاره‌ها در جدول زیر کدام گزاره در ستون آخر می‌تواند قرار گیرد؟

....	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee (q \Rightarrow p)$	q	p
د	ن	د	....	....

۱) $p \Rightarrow q$

۲) $p \wedge q$

۳) $\sim p \vee q$

۴) $\sim q \wedge p$

49 با توجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر، گزارهٔ مناسب برای ستون آخر جدول کدام است؟

....	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	r	q	p
د	ن	....	....	....

۱) $\sim r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$

۲) $q \Rightarrow (p \wedge r)$

۳) $(p \vee q) \Rightarrow r$

۴) $(p \vee r) \Rightarrow q$

10 اتحادهای مهم

به جدول ارزش گزاره‌های مقابل نگاه کنید و به ارزش گزاره‌ها در دو ستون آخر خوب دقت کنید، همانطورکه ملاحظه می‌کنید هرگزارهٔ شرطی یعنی $p\Rightarrow q$ با یک ترکیب فصلی که مقدم ناقض شده باشد یعنی $\sim p\vee q$ معادل است. به عبارت دیگر:

$p\Rightarrow q$	$\sim p\vee q$	$\sim p$	q	p
د	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د
د	د	د	د	ن
د	د	د	ن	ن

هم‌ارزش‌اند.

$$\bigcirc\Rightarrow\square\equiv\sim\bigcirc\vee\square$$

گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست			
$p\Leftrightarrow p\equiv T$	$p\Rightarrow T\equiv T$	$p\vee T\equiv T$	$p\vee\sim p\equiv T$
$p\Leftrightarrow\sim p\equiv F$	$F\Rightarrow p\equiv T$	$p\wedge F\equiv F$	$p\wedge\sim p\equiv F$

نقیض ترکیب فصلی و عطفی و شرطی و دوشرطی			
قانون دمورگان	$\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q$	قانون دمورگان	$\sim(p\wedge q)\equiv\sim p\vee\sim q$
داخل - سال‌های بعد	$\sim(p\Leftrightarrow q)\equiv p\Leftrightarrow\sim q\equiv\sim p\Leftrightarrow q$	داخل - ۹۸	$\sim(p\Rightarrow q)\equiv\sim(\sim p\vee q)\equiv p\wedge\sim q$

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی					
جذب	$\begin{cases}p\vee(p\wedge q)\equiv p\\p\wedge(p\vee q)\equiv p\end{cases}$	شرکت‌پذیری	$\begin{cases}p\vee(q\vee r)\equiv(p\vee q)\vee r\\p\wedge(q\wedge r)\equiv(p\wedge q)\wedge r\end{cases}$	خودتوانی	$\begin{cases}p\vee p\equiv p\\p\wedge p\equiv p\end{cases}$
هم‌پوشانی	$\begin{cases}p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q\\p\wedge(\sim p\vee q)\equiv p\wedge q\end{cases}$	توزیع‌پذیری	$\begin{cases}p\vee(q\wedge r)\equiv(p\vee q)\wedge(p\vee r)\\p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\end{cases}$	جابه‌جایی	$\begin{cases}p\vee q\equiv q\vee p\\p\wedge q\equiv q\wedge p\end{cases}$

قانون زیر در ساده کردن عبارت‌هایی که دو بار ترکیب شرطی در آن‌ها به کار رفته بسیار مؤثر است [این قانون به عطف مقدمات شهرت دارد]

$$p\Rightarrow(q\Rightarrow r)\equiv(p\wedge q)\Rightarrow r$$

با توجه به اینکه دو گزارهٔ $(p\Rightarrow(q\Rightarrow r)$ و $(p\Rightarrow q)\Rightarrow r$ هم ارز نیستند، قانون بالا فقط برای گزارهٔ $p\Rightarrow(q\Rightarrow r)$ برقرار است.

قوانین و اتحادهای ترکیب دو شرطی	
$p\Leftrightarrow q\equiv\sim p\Leftrightarrow\sim q$	$p\Leftrightarrow q\equiv q\Leftrightarrow p$
این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A=B$ آنگاه $A'=B'$ بیان می‌شود.	این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A=B$ آنگاه $B=A$ بیان می‌شود.
$(p\Rightarrow q)\wedge(q\Rightarrow p)\equiv p\Leftrightarrow q$	$(p\vee q)\Rightarrow(p\wedge q)\equiv p\Leftrightarrow q$
این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A\subseteq B$ و $B\subseteq A$ آنگاه $A=B$ بیان می‌شود.	این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $(A\bigcup B)\subseteq(A\bigcap B)$ آنگاه $A=B$ بیان می‌شود.

مینی تست

1 **گزارهٔ شرطی «اگر مقدم آن‌گاه تالی» با گزارهٔ .... هم ارزش است.**

A نقیض مقدم یا تالی

B مقدم یا نقیض تالی

2 **گزارهٔ $p\Rightarrow\sim q$ با گزارهٔ .... هم ارز محسوب می‌شود.**

A $\sim p\vee\sim q$

B $q\vee\sim p$

3 **گزارهٔ «اگر هوا بارانی باشد، ورزشگاه تعطیل است.» با گزارهٔ .... دارای ارزش یکسانی است.**

A هوا بارانی است یا ورزشگاه تعطیل نیست

B هوا بارانی نیست یا ورزشگاه تعطیل است

NEXT

1 A 2 A 3 B

4 گزارهٔ شرطی «اگر درس نخوانی در امتحانات مردود می‌شوی.» از نظر ارزشی با گزارهٔ .... معادل است.

A درس می‌خوانی یا در امتحانات مردود می‌شوی

B درس نمی‌خوانی و در امتحانات مردود می‌شوی

5 گزارهٔ $p\vee\sim q$ نقیض گزارهٔ .... محسوب می‌شود.

A $\sim p\vee q$

B $\sim p\wedge q$

6 نقیض گزارهٔ «به خانه می‌روم و شام می‌خورم.» گزارهٔ .... است.

A به خانه نمی‌روم و شام می‌خورم

B به خانه نمی‌روم یا شام نمی‌خورم

7 نقیض گزارهٔ «۲ زوج است یا $\sqrt{۲}$ گویا است» به‌صورت .... است.

A ۲ فرد است و $\sqrt{۲}$ گنگ است

B ۲ زوج نیست یا $\sqrt{۲}$ گویا نیست

8 نقیض گزارهٔ شرطی «اگر نان بخوری، چاق می‌شوی.» به‌صورت .... است.

A اگر نان نخوری چاق نمی‌شوی

B نان می‌خوری و چاق نمی‌شوی

9 نقیض گزارهٔ شرطی $p\Rightarrow q$ به‌صورت .... است. (داخل - ۹۸)

A $\sim q\wedge\sim p$

B $q\wedge\sim p$

10 نقیض گزارهٔ «یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر قطرهای آن، همدیگر را نصف کنند.» گزارهٔ «یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع .... اگر و تنها اگر قطرهای آن، همدیگر را نصف نکنند.» است.

A است

B نیست

11 نقیض گزارهٔ $p\Leftrightarrow\sim q$ به‌صورت .... به‌دست می‌آید.

A $\sim p\Leftrightarrow\sim q$

B $\sim p\Leftrightarrow q$

12 گزارهٔ مرکب [«زرا درس می‌خواند.» یا «زرا درس می‌خواند و دریا کتاب می‌خرد.»] معادل با گزارهٔ .... است.

A دریا کتاب می‌خرد

B زرا درس می‌خواند

13 گزارهٔ مرکب [«هوا گرم است.» و «هوا گرم است یا مدیر در اتاقش نیست.»] هم‌ارزش با گزارهٔ .... است.

A مدیر در اتاقش نیست

B هوا گرم است

14 گزارهٔ مرکب [«هوا بارانی است» یا «هوا بارانی نیست و امروز دوشنبه است.»] هم‌ارزش منطقی با گزارهٔ «هوا بارانی است .... امروز دوشنبه است.» است.

A یا

B و

15 گزارهٔ مرکب $p\Rightarrow(p\vee q)$، .... که به این قانون ادخال فاصل گفته می‌شود.

A همواره درست است

B با گزارهٔ p هم‌ارزش است

16 گزارهٔ مرکب [«اگر هوا برفی باشد.» آن‌گاه «هوا برفی است یا امروز شنبه است.»] ....

A همواره درست است

B با گزارهٔ «هوا برفی است» ارزش منطقی یکسان دارد

17 گزارهٔ مرکب .... $\Rightarrow(p\wedge q)$ یک گزارهٔ همواره درست است که به این قانون حذف عاطف گفته می‌شود.

A $\sim p$

B p

18 گزارهٔ شرطی «اگر $\sqrt{۲}$ عددی مثبت و عددی گنگ باشد، آنگاه ....» یک گزارهٔ همواره درست است.

A $\sqrt{۲}$ عدد مثبت است

B $\sqrt{۲}$ ممکن است گنگ نباشد

19 گزارهٔ شرطی $(p\vee q)\Rightarrow(p\wedge q)$ با گزارهٔ .... هم‌ارزش است.

A $p\Leftrightarrow q$

B $p\wedge q$

20 با استفاده از جبر گزاره‌ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می‌شود؟

$$p\Rightarrow(p\wedge q)\equiv\sim p\vee(p\wedge q)\equiv\ \dots\dots\dots\dots$$

A $\underbrace{(\sim p\wedge p)}_{F}\vee(\sim p\wedge q)\equiv\sim p\wedge q$

B $\underbrace{(\sim p\vee p)}_{T}\wedge(\sim p\vee q)\equiv\sim p\vee q$

21 با استفاده از جبر گزاره‌ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می‌شود؟

$$(p\vee q)\Rightarrow p\equiv\sim(p\vee q)\vee p\equiv\ \dots\dots\dots\dots$$

A $\underbrace{(\sim p\vee p)}_{T}\vee q\equiv T\vee q\equiv T$

B $(\sim p\wedge\sim q)\vee p\equiv\underbrace{(\sim p\vee p)}_{T}\wedge(\sim q\vee p)\equiv T\wedge(\sim q\vee p)\equiv\sim q\vee p$

22 با استفاده از جبر گزاره‌ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می‌شود؟

$$p\Rightarrow(q\Rightarrow p)\equiv\sim p\vee(q\Rightarrow p)\equiv\ \dots\dots\dots\dots$$

A $\sim p\vee(\sim q\vee p)\equiv\underbrace{(\sim p\vee p)}_{T}\vee(\sim q)\equiv T$

B $\sim p\wedge(\sim q\vee p)\equiv(\sim p\wedge\sim q)\vee\underbrace{(\sim p\wedge p)}_{F}\equiv\sim p\wedge\sim q$

23 کدام استدلال برای گزارهٔ $(p\Rightarrow q)\Rightarrow p$ درست است؟

A $(p\Rightarrow q)\Rightarrow p\equiv\sim(p\Rightarrow q)\vee p\equiv(p\wedge\sim q)\vee p\equiv p$

B $(p\Rightarrow q)\Rightarrow p\equiv(\sim p\vee q)\vee p\equiv\underbrace{(\sim p\vee p)}_{T}\vee q\equiv T$

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
A	B	B	A	B	B	A	A	B	B	A	A	A	B	A	A	B	B	A	A

50 نقیض گزارهٔ $\sim p\Rightarrow(p\vee q)$ کدام است؟

۱) $p\vee q$

۲) $p\vee\sim q$

۳) $\sim(p\wedge q)$

۴) $\sim(p\vee q)$

51 **نقیض گزارهٔ « مثلث ABC قائم الزاویه است اگر و تنها اگر $a^2 = b^2 + c^2$ »کدام است؟**

۱) مثلث ABC قائم الزاویه است ولی $a^2 = b^2 + c^2$ نیست.

۲) مثلث ABC قائم الزاویه نیست و $a^2 = b^2 + c^2$ نیست.

۳) مثلث ABC قائم الزاویه نیست اگر و تنها اگر $a^2 = b^2 + c^2$.

۴) مثلث ABC قائم الزاویه نیست یا $a^2 = b^2 + c^2$ نیست.

52 **هم ارز گزارهٔ « $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$ » کدام است؟** (مشابه خارج - ۹۸)

۱) $\sim p \vee \sim (q \wedge r)$
۲) $\sim p \wedge \sim (q \wedge r)$
۳) $(\sim p \vee q) \Rightarrow r$
۴) $\sim p \vee \sim (q \wedge r)$

53 **گزارهٔ $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$ در کدام صورت درست است؟**

۱) p درست و q نادرست
۲) p نادرست و q درست
۳) p و q هم ارزش باشند.
۴) همواره درست است.

54 **اگر p گزاره‌ای نادرست و q و r گزاره‌هایی دلخواه باشند، در این صورت کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟**

۱) $(q \vee p) \Rightarrow (p \wedge r)$
۲) $p \wedge (q \wedge r)$
۳) $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
۴) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

55 **جدول ارزش کدام گزاره با سایر گزاره‌ها تفاوت دارد؟**

۱) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$
۲) $p \Rightarrow (p \vee \sim q)$
۳) $(p \vee q) \Rightarrow p$
۴) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

56 **کدام گزینه با سایر گزینه‌ها در جدول ارزش گزاره‌ها متفاوت است؟**

۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
۲) $\sim q \Leftrightarrow \sim p$
۳) $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$
۴) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

57 **کدام گزاره با سایر گزاره‌ها دارای ارزش متفاوت است؟**

۱) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
۲) $\sim p \vee q$
۳) $p \Rightarrow (p \wedge q)$
۴) $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p)$

58 **کدام گزینه یک گزارهٔ همواره نادرست است؟**

۱) $p \wedge \sim (\sim q \Rightarrow p)$
۲) $p \Rightarrow (p \vee q)$
۳) $p \Rightarrow (p \wedge q)$
۴) $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$

59 **هم ارز گزارهٔ $p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q]$ کدام است؟** (مشابه خارج - ۹۸)

۱) p
۲) $p \Rightarrow \sim q$
۳) $q \Rightarrow p$
۴) $\sim q \Rightarrow \sim p$

60 **هم ارز گزارهٔ $q \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$ کدام است؟** (مشابه خارج - ۹۸)

۱) q
۲) $\sim p \Rightarrow q$
۳) p
۴) $\sim q$

61 **گزارهٔ $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r)$ ، با کدام گزارهٔ زیر هم ارز ش است؟** (خارج - ۹۸)

۱) $p \vee (q \wedge r)$
۲) $p \wedge (q \vee r)$
۳) $r \Rightarrow (p \wedge q)$
۴) $r \Rightarrow (p \vee q)$

62 **گزارهٔ $p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$ هم ارز با کدام گزاره است؟** (مشابه خارج - ۹۸)

۱) p
۲) همواره درست است.
۳) $\sim p$
۴) همواره نادرست

63 **گزارهٔ $[(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r)] \Rightarrow [\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q)]$ هم ارز با کدام گزاره است؟** (مشابه خارج - ۹۸)

۱) $p \Rightarrow r$
۲) $q \vee r$
۳) همواره نادرست
۴) همواره درست

64 **اگر گزارهٔ $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ درست باشند، کدام گزارهٔ زیر همواره درست است؟** (مشابه خارج - ۹۸)

۱) $r \Rightarrow p$
۲) $p \vee r$
۳) $\sim p \Rightarrow r$
۴) $p \Rightarrow r$

65 **در هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow x$ به‌جای x کدام گزاره قرار گیرد تا ارزش کل گزاره همواره نادرست شود؟**

۱) p
۲) $\sim p$
۳) q
۴) $\sim q$

66 **مجموعه‌های A و B هریک دارای ۶ گزاره هستند که ۳ تا از گزاره‌ها درست و ۳ تای دیگر نادرست است. اگر گزاره‌های p و q به تصادف از مجموعه‌های A و B انتخاب شوند، احتمال آن‌که گزارهٔ $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ درست باشد، کدام است؟**

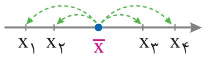
۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{3}{4}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $\frac{1}{3}$

67 **مجموعه‌های A , B , C هریک شامل ۴ گزاره هستند که نصف آن‌ها ارزش درست دارند. اگر گزارهٔ p به تصادف از A و گزارهٔ q به تصادف از B و گزارهٔ r به تصادف از C انتخاب شود، احتمال آن‌که گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ درست باشد، کدام است؟**

۱) $\frac{5}{8}$
۲) $\frac{3}{8}$
۳) $\frac{7}{8}$
۴) $\frac{1}{8}$

16 واریانس و انحراف معیار

یکی از شاخص‌های مهم و کارآمد در تشخیص پراکندگی داده‌ها **واریانس** است.که با نماد $\sigma^{۲}$ نشان داده می‌شود. جذر مثبت واریانس را **انحراف معیار** می‌نامند و با σ نشان می‌دهند. بنابراین واریانس و انحراف معیار همواره اعداد حقیقی نامنفی [بزرگتر مساوی صفر] هستند و نکتهٔ بسیار مهم در مورد این شاخص‌ها این است که هرچه این شاخص‌های پراکندگی کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشند، پراکندگی داده‌ها حول میانگین‌شان کم و در نتیجه داده‌ها به هم نزدیک‌ترند و هر چه این شاخص‌ها بزرگ‌تر و از صفر دورتر باشند، داده‌ها از هم دورترند و پراکندگی بیشتری دارند.

واریانس کوچک‌تر، پراکندگی کم‌تر	واریانس بزرگ‌تر، پراکندگی بیش‌تر
	

در محاسبهٔ واریانس و انحراف معیار داده‌ها با چند حالت مهم مواجه می‌شویم:

۱ اگر چند داده به‌صورت $x_۱, x_۲, ..., x_n$ داده شده باشد، در این صورت واریانس آن‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^{۲}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^{۲}}{n}=\frac{(x_۱-\bar{x})^{۲}+(x_۲-\bar{x})^{۲}+\cdots+(x_n-\bar{x})^{۲}}{n}$$

یعنی برای محاسبهٔ واریانس همواره باید دو مرحلهٔ زیر را مطابق جدول طی کنیم:

روش محاسبهٔ واریانس	واریانس داده‌های ۸ ,۲ ,۱ ,۱کدام است؟
۱ محاسبهٔ میانگین داده‌ها	$\bar{x}=\frac{۱+۱+۲+۸}{۴}=۳$
۲ تقسیم مجموع مربعات انحراف از میانگین داده‌ها بر تعداد داده‌ها	$\sigma^{۲}=\frac{(۱-۳)^{۲}+(۱-۳)^{۲}+(۲-۳)^{۲}+(۸-۳)^{۲}}{۴}=\frac{۳۴}{۴}=۸/۵$

۲ در دو حالت خاص زیر محاسبهٔ واریانس و انحراف معیار بسیار ساده و سریع است:

داده‌ها دنبالهٔ حسابی تشکیل دهند	داده‌ها با هم برابر باشند
اگر داده‌های $x_۱, x_۲, ..., x_n$ تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت d بدهند، انحراف معیار این داده‌ها $\sigma=\sqrt{\frac{n^{۲}-۱}{۱۲}}d$ است.	اگرتمام داده‌های آماری با هم برابرباشند،واریانس،انحراف معیاروسایرشاخص‌های پراکندگی صفر است.
درداده‌های ۱۳,۱۱,۹,۷,۵,۳,۱انحراف معیاربرابر $\sqrt{\frac{۷^{۲}-۱}{۱۲}}\times ۲=۴=\sigma$ است.	در داده‌های ۳,۳,۳,۳,۳ هم انحراف معیار و هم واریانس صفراست.

۳ اگر داده‌ها دارای فراوانی باشند، واریانس و انحراف معیارآن‌ها با توجه به نوع فراوانی به یکی از ۳ صورت زیر قابل محاسبه است:

داده‌ها دارای فراوانی باشند	داده‌ها دارای فراوانی نسبی باشند	درصد داده‌ها معلوم باشد
$\sigma^{۲}=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^{۲}}{\sum f_i}$	$\sigma^{۲}=\sum F_i(x_i-\bar{x})^{۲}$	$\sigma^{۲}=\frac{\sum P_i(x_i-\bar{x})^{۲}}{۱۰۰}$

۴ اگر در یک تست عباراتی نظیر مجذورات داده‌ها یا مجموع مربعات داده‌ها یا میانگین مساحت مربع‌ها یا ... به کار رفته بود، بهتر است واریانس را از رابطهٔ زیر که نتیجه‌ای از رابطهٔ اصلی است، به‌دست آوریم:

$$\sigma^{۲}=\frac{\sum x_i^{۲}}{n}-(\bar{x})^{۲}$$

NEXT

16 ... واریانس و انحراف معیار

در رابطهٔ قبلی اگر دربارهٔ مساحت و اضلاع چند مربع صحبت به میان آید، عبارت $(\overline{x})^۲$ معرف مربع میانگین اضلاع و عبارت $\overline{S}=\frac{\sum x_i^۲}{n}$ معرف میانگین مساحت مربع‌هاست.

$S_۱=x_۱^۲$ $S_۲=x_۲^۲$ … $S_i=x_i^۲$ … S_n

مینی تست

1 داده‌های $x_۱,x_۲,\dots,x_n$ را در نظر بگیرید، عبارت .... معرف میانگین مربع داده‌ها است.

A $\frac{\sum x_i^۲}{n}$ B $(\frac{\sum x_i}{n})^۲$

2 داده‌های $x_۱,x_۲,\dots,x_n$ را در نظربگیرید، عبارت .... معرف مربع میانگین داده‌ها است.

A $\frac{\sum x_i^۲}{n}$ B $(\frac{\sum x_i}{n})^۲$

3 واریانس چند داده، همان .... تمام داده‌ها است.

A میانگین مربعات انحراف از میانگین

B میانگین انحراف از میانگین

می‌خواهیم واریانس داده‌های ۶ , ۵ , ۴ , ۳ , ۳ , ۳ را محاسبه کنیم:

4 ابتدا میانگین داده‌ها را به‌صورت .... به‌دست می‌آوریم.

A $\overline{x}=\frac{۳+۴+۵+۶}{۴}=۴/۵$ B $\overline{x}=\frac{۳+۳+۳+۴+۵+۶}{۶}=۴$

5 واریانس داده‌ها برابر با .... است.

A $\sigma^۲=\frac{[(۳-۴)^۲\times ۳]+(۵-۴)^۲+(۶-۴)^۲}{۶}=\frac{۴}{۳}$

B $\sigma^۲=\frac{(۳-۴)^۲+(۵-۴)^۲+(۶-۴)^۲}{۳}=۲$

* * *

6 اگر واریانس و انحراف معیار در داده‌های آماری برابر باشد، آن‌گاه .... است.

A $\sigma=۱$ یا $\sigma=۰$ B $\sigma=۱$ یا $\sigma=-۱$

7 هرچه واریانس داده‌ها کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشد، نشان می‌دهد که پراکندگی داده‌ها حول میانگین‌شان .... است.

A کم B زیاد

8 هرچه واریانس داده‌ها کوچک‌تر باشد، ....

A داده‌ها از هم دورترند B داده‌ها به هم نزدیک‌ترند

9 هرچه شاخص‌های پراکندگی عدد بزرگ‌تری باشند، پراکندگی داده‌ها حول میانگین‌شان .... است و در نتیجه داده‌ها ....

A کم - به هم نزدیک‌ترند B زیاد - از هم دورترند

10 واریانس داده‌های ۲,۲,۲,۲,۲ برابر با .... است.

A ۲ B صفر

11 اگر یکی از شاخص‌های پراکندگی صفر باشد، ....

A تمام داده‌های آماری با هم برابرند B در داده‌های آماری صفر وجود دارد

12 اگر واریانس داده‌های آماری صفر باشد، ....

A همهٔ داده‌ها با هم برابرند B تمام داده‌ها صفر هستند

13 در داده‌های ۱,۲,۳,۴,۵ واریانس به‌صورت .... به‌دست می‌آید، چون این داده‌ها تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱ داده‌اند.

A $\sigma^۲=\frac{(۵^۲-۱)}{۱۲}=۲$ B $\sigma^۲=\frac{(۵-۱)}{۱۲}=۰/۳۳$

14 داده‌های ۱,۳,۵,۷,۹ تشکیل یک تصاعد حسابی با قدرنسبت ۲ داده‌اند درنتیجه واریانس به‌صورت .... به‌دست می‌آید.

A $\sigma^۲=۴\times\frac{۲۵-۱}{۱۲}=۸$ B $\sigma^۲=۳\times\frac{۵-۱}{۱۲}=۱$

15 انحراف معیار دو عدد صحیح متوالی برابر با .... است.

A ۱ B ۰/۵

16 واریانس سه عدد طبیعی متوالی برابر با .... است.

A $\frac{۱}{۳}$ B $\frac{۲}{۳}$

17 واریانس داده‌های جدول زیر با میانگین ۵، به‌صورت .... به‌دست می‌آید.

داده	۱	۴	۵	۸
فراوانی	۱	۲	۱	۲

A $\sigma^۲=\frac{۱\times(-۴)^۲+۲\times(-۱)^۲+۱\times(۰)^۲+۲\times(۳)^۲}{۱+۲+۱+۲}=۶$

B $\sigma^۲=\frac{۱\times(-۴)+۲\times(-۱)+۱\times(۰)+۲\times(۳)}{۱+۲+۱+۲}=۰$

18 واریانس داده‌های جدول زیر با میانگین ۵، به‌صورت .... به‌دست می‌آید.

داده	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۲	۰/۴	۰/۲	۰/۱

A $\sigma^۲=(۰/۱\times۱)+(۰/۲\times۳)+(۰/۴\times۵)+(۰/۲\times۷)+(۰/۱\times۹)$

B $\sigma^۲=۰/۱\times۱۶+۰/۲\times۴+۰/۴\times۰+۰/۲\times۴+۰/۱\times۱۶$

داده‌های جدول مقابل را در نظر بگیرید:

داده	۱	۳	۵	۷	۹
درصد داده‌ها	۱۵	۲۵	۱۵	۳۵	۱۰

19 میانگین داده‌های جدول فوق به صورت .... به‌دست می‌آید.

A $\overline{x}-۵=\frac{-۴\times۱۵+(-۲\times۲۵)+۰+۲\times۳۵+۴\times۱۰}{۱۰۰}=۰$

B $\overline{x}-۵=-۴\times۱۵+(-۲\times۲۵)+۰+۲\times۳۵+۴\times۱۰=۰$

NEXT

1 A 2 B 3 A 4 B 5 A 6 A 7 A 8 B 9 B 10 B 11 A 12 A 13 A 14 A 15 B 16 B 17 A 18 B 19 A

مینی‌تست

20 اگر واریانس داده‌ها از رابطهٔ زیر محاسبه شود در جای خالی باید کدام عدد قرار گیرد؟

$\sigma^{۲}=[۱۵\times۱۶+۲۵\times۴+۰+۳۵\times۴+۱۰\times۱۶]\times$...........

A ۱۰۰　B ۰/۰۱

21 انحراف معیار داده‌های جدول برابر با .... است.

A ۸۰　B $\frac{۸}{\sqrt{۱۰}}$

* * *

22 اگر مجموع مربعات ۶ دادهٔ آماری برابر ۱۲۰ و میانگین آن‌ها ۴ باشد، انحراف معیار داده‌ها به‌صورت .... به‌دست می‌آید.

A $\sigma=\sqrt{\frac{۱۲۰}{۴}-۶}=\sqrt{۲۴}$　B $\sigma=\sqrt{\frac{۱۲۰}{۶}-۱۶}=۲$

23 اگر میانگین اضلاع و میانگین مساحت چند مربع به‌ترتیب ۳ و ۱۵ باشد، انحراف معیار اضلاع آن‌ها برابر با .... است.

A $\sqrt{۶}$　B $۲\sqrt{۳}$

24 اگر مجموع مربعات انحراف معیار و میانگین اضلاع چند مربع برابر ۱۳ باشد، میانگین مساحت آن‌ها برابر با .... است.

A ۱۳　B $\sqrt{۱۳}$

25 میانگین اضلاع چند مربع ۴ و واریانس اضلاع آن‌ها ۹ است. میانگین مساحت مربع‌ها به‌صورت .... محاسبه می‌شود.

A $۹=\frac{\sum x_i^{۲}}{n}-(۴)^{۲}\Rightarrow\frac{\sum x_i^{۲}}{n}=۹+۱۶=۲۵$

B $۹=۴-(\bar{x})^{۲}\Rightarrow\bar{x}=\sqrt{۵}$

26 اگر اضلاع هر یک از چند مربع را با x_i نشان دهیم، عبارت $(\bar{x})^{۲}$ معرف .... و عبارت $\frac{\sum x_i^{۲}}{n}$ معرف .... است.

A میانگین مربع اضلاع - میانگین اضلاع مربع‌ها

B مربع میانگین اضلاع - میانگین مساحت مربع‌ها

20 B　21 B　22 B　23 A　24 A　25 A　26 B

459 واریانس داده‌های ۳,۴,۷,۹,۱۲ کدام است؟

۱) ۹/۶　۲) ۱۲/۴　۳) ۱۱/۲　۴) ۱۰/۸

460 در داده‌های آماری ۱۱,۶,۵,۱۳,۸,۷,۱۰,۷,۱۳ داده‌های کمتر از میانه را حذف می‌کنیم. واریانس داده‌های باقی مانده کدام است؟

۱) ۲/۸　۲) ۳/۲　۳) ۳/۶　۴) ۴/۵

461 در داده‌های آماری ۳۰,۳۱,۲۳,۲۵,۲۶,۲۷,۲۵,۲۹,۳۱,۳۳ واریانس داده‌هایی که مقدار آن‌ها بین دو مُد قرار دارند، کدام است؟

۱) ۲/۲۵　۲) ۲/۵　۳) ۲/۸　۴) ۳/۲

462 انحراف از میانگین چند داده به‌صورت $-۱,-۳,-۴,۰,۱,۵,۱,۱,۰$ است، واریانس این داده‌ها کدام است؟

۱) ۹　۲) ۶　۳) ۳　۴) ۴

463 در داده‌های ۱,a,۲,۳,۶ اگر میانه، میانگین و مُد برابر باشند، واریانس کدام است؟

۱) ۱/۸　۲) ۲/۲　۳) ۲/۴　۴) ۲/۸

464 در داده‌های ۱,۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷ واریانس داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟

۱) ۱/۴۴　۲) ۲/۲　۳) ۱/۲　۴) ۱/۲۵

465 در داده‌های ۱,۲,۲,۳,۳,۴,۵,۶,۷,۸ واریانس داده‌های بزرگ‌تر از میانه و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

۱) ۰/۲۵　۲) ۰/۵　۳) $\frac{۲}{۳}$　۴) $\frac{۱}{۳}$

466 اگر واریانس داده‌های ۳۶ , $x_۴$, $۲x_۳$, $۳x_۲$, $۴x_۱$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های ۶ , $\sqrt{x_۴}$, $x_۳$, $x_۲$, $\sqrt{x_۱}$ کدام است؟

۱) ۵　۲) ۹　۳) ۷　۴) ۱۱

467 اگر مجموع مربعات ۵ دادهٔ آماری ۷۵ و میانگین آن‌ها ۳ باشد، انحراف معیار آن‌ها کدام است؟

۱) ۱۲　۲) $\sqrt{۶}$　۳) ۶　۴) $۲\sqrt{۳}$

468 میانگین مربعات ۶ دادهٔ آماری ۱۰ و مجموع آن‌ها ۱۲ است. واریانس آنها کدام است؟

۱) ۴　۲) $\sqrt{۶}$　۳) ۲　۴) ۶

469 مجموع مجذورات ۱۱ دادهٔ آماری ۲۲۰۰ و میانگین این داده‌ها برابر ۱۴ است. واریانس کدام است؟

۱) ۲　۲) ۳　۳) ۴　۴) ۵

470 میانگین اضلاع مربع‌هایی ۱۲ و واریانس آن ها ۵ می‌باشد. میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟ (خارج-۹۲)

۱) ۱۲۴　۲) ۱۳۴　۳) ۱۴۹　۴) ۱۶۹

471 مجموع ۴۰ دادهٔ آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد. انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۲/۵

472 میانگین و انحراف معیار داده‌های $۳x_۱ - ۲ , ۳x_۲ - ۲ , \dots , ۳x_n - ۲$ به ترتیب برابر ۱۶ و ۳۳ است، میانگین داده‌های $x_۱^۲ , x_۲^۲ , \dots , x_n^۲$ کدام است؟

۱) ۱۲۱ ۲) ۱۳۷ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۵۷

473 با توجه به جدول فراوانی مقابل، واریانس داده‌ها کدام است؟

داده‌ها	۱۱	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱) ۱۱/۷۲ ۲) ۱۱/۹۶ ۳) ۱۲/۲۴ ۴) ۱۲/۳۶

474 در یک آزمون تستی از درس شیمی در یک کلاس یازدهم رشته ریاضی تعداد تست‌های درست حل شده برحسب فراوانی نسبی افراد حاضر، جدول زیر تنظیم شده است. واریانس تعداد تست‌های درست حل شده کدام است؟

تعدادتست‌های درست	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵
فراوانی نسبی افراد	۰/۲	۰/۱	a	۰/۳	۰/۱

۱) ۵/۴ ۲) ۶/۹ ۳) ۶/۴ ۴) ۵/۸

475 در بررسی‌های انجام شده از افراد یک شهر، تعداد دفعات استفادهٔ آن‌ها از اتوبوس برای رفتن به سرکار ثبت شده است. واریانس این تعداد دفعات کدام است؟

تعداد دفعات استفاده در هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶
درصد فراوانی داده‌ها	۲۰	۲۰	۳۰	a	۱۰	۱۰

۱) ۲/۴ ۲) ۳/۶ ۳) ۱/۲ ۴) ۴/۸

476 در داده‌های آماری با جدول فراوانی زیر، اگر واریانس برابر ۶ باشد، فراوانی دادهٔ ۱۰ کدام است؟

داده‌ها	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱

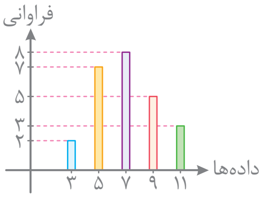
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

477 در داده‌های آماری با جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها برابر ۱۶ باشد، مقدار واریانس کدام است؟

داده‌ها	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

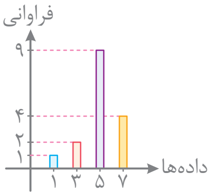
۱) ۴/۸۵ ۲) ۴/۹۲ ۳) ۵/۵۵ ۴) ۵/۷۴

478 با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، واریانس کل داده‌ها، کدام است؟



۱) ۴/۵
۲) ۴/۸
۳) ۵/۱۲
۴) ۵/۷

479 براساس نمودار میله‌ای مقابل، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟



۱) $\sqrt{۱۰}$ ۲) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

17 تغییرات داده‌ها و تأثیر آن بر واریانس

اگر همهٔ داده‌ها دچار تغییرات یکسانی شوند، واریانس و انحراف معیار در ۳ حالت زیر قابل بررسی است:

۱ اگر عددی به همهٔ داده‌ها اضافه و یا از همهٔ داده‌ها کم شود، واریانس و انحراف معیار هیچ تغییری نخواهد کرد.

۲ اگر همهٔ داده‌ها را در a ضرب کنیم، واریانس داده‌ها در $a^۲$ و انحراف معیار آن‌ها در $|a|$ ضرب می‌شود.

۳ اگر واریانس داده‌های $x_۱, x_۲, \dots, x_n$ برابر با $\sigma_x^۲$ واریانس داده‌های $ax_۱+b, ax_۲+b, \dots, ax_n+b$ برابر با $\sigma_{ax+b}^۲ = a^۲.\sigma_x^۲$ خواهد بود و انحراف معیار برابر با $\sigma_{ax+b} = |a|\sigma_x$ خواهد بود.

مینی تست

1 اگر عددی به همهٔ داده‌ها اضافه شود .... تغییر نمی‌کند.

A واریانس　　B میانه

2 اگر عددی از همهٔ داده‌ها کم شود .... تغییر نمی‌کند.

A مُد　　B انحراف معیار

3 اگر داده‌های ۱,۲,۳,۴,۵ را به ۱۰۱,۱۰۲,۱۰۳,۱۰۴,۱۰۵ تغییر دهیم، واریانس داده‌های جدید ....

A همان واریانس داده‌های قبلی است　　B ۱۰۰ واحد افزایش می‌یابد

4 اگر انحراف معیار داده‌های a , b برابر با ۲ باشد، انحراف معیار داده‌های a+۱ , b+۱ برابر با .... است.

A ۲　　B ۳

5 اگر واریانس داده‌های $x_۱,x_۲,...,x_n$ برابر $\sigma^۲$ باشد، با دو برابر شدن فراوانی داده‌ها واریانس آن‌ها ....

A تغییر نمی‌کند　　B دو برابر می‌شود

6 اگر واریانس داده‌های a , b , c , d برابر ۴ باشد، واریانس داده‌های .... برابر با ۱۶ خواهد بود.

A ۴a , ۴b , ۴c , ۴d　　B ۲a , ۲b , ۲c , ۲d

7 اگر واریانس داده‌های a,b,c,d برابر ۵ باشد، واریانس داده‌های .... برابر با ۵ خواهد بود.

A a , a , b , b , c , c , d , d　　B a , b , c , d , ۰

1 A　2 B　3 A　4 A　5 A　6 B　7 A

480 اگر انحراف معیار داده‌های $x_۱ , x_۲ , ... , x_n$ برابر با ۳ باشد، انحراف معیار داده‌های $۲x_۱ +۱ , ۲x_۲ +۱ , ... , ۲x_n +۱$ کدام است؟

۱) ۶　　۲) ۱۲　　۳) ۷　　۴) ۱۳

481 اگر واریانس داده‌های $۴a-۳ , ۴b-۳ , ... , ۴e-۳$ برابر ۶۴ باشد، انحراف معیار داده‌های $a, b, ... , e$ کدام است؟

۱) ۴　　۲) ۷　　۳) ۱　　۴) ۲

18 اضافه و کم شدن چند داده و تأثیر آن بر واریانس

اگر تعدادی داده به داده‌ها اضافه و یا از میان آن‌ها حذف شود، برای به دست آوردن واریانس داده‌های جدید با دو تیپ مسئله مواجه‌ایم:

میانگین داده‌های اضافه شده یا حذف شده با میانگین داده‌های اولیه برابر نیست.

راهکار حل مسئله	♣ واریانس داده‌های a , b , c , ۶ برابر ۵ و میانگین آن‌ها ۳ است. واریانس داده‌های a , b , c کدام است؟
۱ مجموع داده‌های اولیه یعنی $\sum x_i = n\bar{x}$ را به دست می‌آوریم.	$\sum x_i = n\bar{x} = ۴ \times ۳ = ۱۲$
۲ داده‌های اضافه و کم شده را به مجموع به‌دست آمده اضافه (و یا کم) می‌کنیم و میانگین جدید یعنی $\bar{y}$ را به دست می‌آوریم.	$\sum y_i = ۱۲ - ۶ = ۶ \Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۶}{۳} = ۲$
۳ از رابطهٔ $\sigma^۲ = \frac{۱}{n}\sum x_i^۲ - (\bar{x})^۲$ حاصل $\sum x_i^۲$ را پیدا می‌کنیم.	$\sigma^۲ = \frac{۱}{n}\sum x_i^۲ - (\bar{x})^۲ \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{۴}\sum x_i^۲ - (۳)^۲ \Rightarrow \sum x_i^۲ = ۵۶$
۴ مربع داده‌های جدید را به $\sum x_i^۲$ اضافه (و یا کم) می‌کنیم تا $\sum y_i^۲$ به دست آید.	$\sum y_i^۲ = ۵۶ - (۶)^۲ = ۲۰$
۵ از رابطهٔ $\sigma_{new}^۲ = \frac{۱}{N}\sum y_i^۲ - (\bar{y})^۲$ واریانس جدید را پیدا می‌کنیم.	$\sigma_{new}^۲ = \frac{۱}{N}\sum y_i^۲ - (\bar{y})^۲ = \frac{۱}{۳}(۲۰) - (۲^۲) = \frac{۸}{۳}$

منظور از N در قسمت ۵ تعداد جدید داده‌هاست.

NEXT

IR-MCI LTE 00:04 AM 100 %

Tweet

Grigori Perelman
@Grigori 1966

نمی‌خواهم مثل یک حیوان در باغ‌وحش به نمایش گذاشته شوم!

I donot want to be on display like an animal in a zoo.

درس اول : .... گردآوری داده‌ها

درس دوم : .... برآورد

Translate Tweet

07:30 . 5/31/20

View Tweet activity

91,337 5,847 7,520,810,708

CHAPTER 4

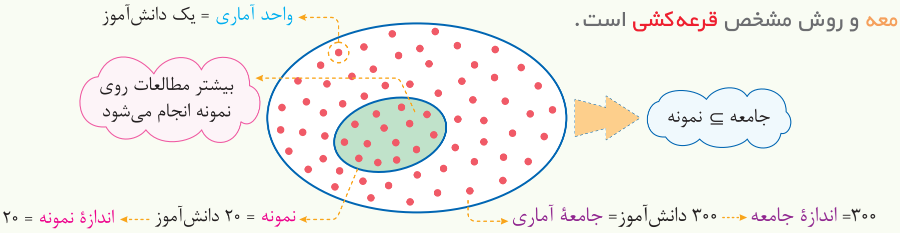
Inferential Statistics

Add another Tweet

01 نمونه‌گیری و سرشماری

- واقعیت‌هایی دربارهٔ یک شیء که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند **داده** نامیده می‌شوند.
- مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که می‌خواهیم دربارهٔ آن‌ها، داده را گردآوری کنیم **جامعهٔ آماری** و تعداد اعضای آن را، **اندازه** یا **حجم جامعه** می‌نامند.
- به هر یک از افراد یا اشیای یک جامعهٔ آماری، **واحد آماری** گفته می‌شود.
- هر زیرمجموعه از جامعهٔ آماری که با روش مشخصی انتخاب شده باشد یک **نمونه** و تعداد اعضای آن را **اندازهٔ نمونه** یا **حجم نمونه** می‌نامند.

فرض کنید می‌خواهیم میانگین قد دانش‌آموزان مدرسه‌ای با ۳۰۰ دانش‌آموز را بررسی کنیم چون تعداد دانش‌آموزان مدرسه زیاد است با قرعه‌کشی ۲۰ نفر از ۳۰۰ دانش‌آموز مدرسه را انتخاب می‌کنیم. در این صورت این ۲۰ نفر یک **نمونه** و ۳۰۰ نفر **جامعهٔ آماری** و هر نفر **یک واحد آماری** و عدد قد تک تک دانش‌آموزان معرف **داده‌های جامعه** و روش مشخص **قرعه‌کشی** است.



- برای مطالعهٔ یک جامعهٔ آماری دو روش عمده وجود دارد:

۱ معمولاً اگر اندازهٔ یک جامعه بزرگ نباشد، می‌توانیم همهٔ واحدهای آماری را مورد بررسی قرار دهیم. این روش را **سرشماری** می‌نامند.

۲ اگر اندازهٔ یک جامعه **بزرگ باشد** یا همهٔ اعضای آن **در دسترس نباشند** یا دسترسی به آن‌ها **گران و وقت‌گیر باشد** یا این امکان وجود داشته باشد که در اثر مطالعه، **نمونه‌ها از بین برود** [مانند بررسی نطفه‌دار بودن تخم‌مرغ یا میزان خاویار در ماهی اوزون برون] به جای سرشماری از **نمونه‌گیری** استفاده می‌کنیم.

مینی تست

1 واقعیت‌هایی دربارهٔ یک شیء که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند، .... نام دارد.

A آمار　B داده

2 به مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که می‌خواهیم دربارهٔ آن‌ها، داده‌ها را گردآوری کنیم، .... می‌گوییم.

A جامعهٔ آماری　B نمونه

3 به تعداد اعضای جامعهٔ آماری، .... می‌گوییم.

A مرتبهٔ جامعه　B اندازهٔ جامعه

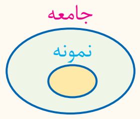
4 به هر یک از افراد یا اشیا یک جامعهٔ آماری، .... می‌گوییم.

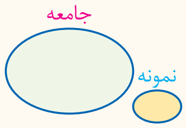
A واحد آماری　B نمونه

5 به هر زیرمجموعه از جامعهٔ آماری که به روش مشخصی انتخاب‌شده باشد، یک .... می‌گوییم.

A واحد آماری　B نمونه

6 رابطهٔ بین جامعه و نمونه در نمودار .... به درستی آمده است.

A


B


7 هر بخش از جامعه، الزاماً یک .... است

A نمونه　B واحد آماری

8 به تعداد عضوهای یک نمونه، .... می‌گوییم.

A اندازهٔ نمونه　B حجم واحد آماری

9 در علم آمار، بیشتر مطالعات روی .... انجام می‌شود.

A جامعه　B نمونه

10 فرایند انتخاب نمونه از جامعه به‌منظور تعمیم اطلاعات آن به جامعه را .... می‌گویند.

A نمونه‌گیری　B آمارگیری

11 وقتی در یک جامعهٔ آماری، درصدی از واحدهای آماری را به‌عنوان نمایندهٔ جامعه با روش مشخصی انتخاب می‌کنیم، از .... استفاده کرده‌ایم.

A برآورد　B نمونه‌گیری

12 در یک جامعهٔ آماری همواره اندازهٔ نمونه از اندازهٔ جامعه .... است.

A کوچک‌تر　B بزرگ‌تر

13 اگر اندازهٔ نمونه با اندازهٔ جامعه برابر باشد، نمونه‌گیری را .... می‌نامند.

A باز شماری　B سرشماری

14 برای مطالعهٔ یک جامعهٔ آماری، دو روش .... وجود دارد.

A نمونه‌گیری و سرشماری　B سیستماتیک و تجربی

NEXT

1 B　2 A　3 B　4 A　5 B　6 A　7 A　8 A　9 B　10 A　11 B　12 A　13 B　14 A

مینی تست

15 اگر تک‌تک افراد جامعه را مورد بررسی قرار دهیم، .... انجام داده‌ایم.

A سرشماری　B نمونه‌گیری

16 اگر اندازهٔ یک جامعه بزرگ باشد یا همهٔ اعضای آن در دسترس نباشد، به‌جای .... از .... استفاده می‌کنیم.

A سرشماری - نمونه‌گیری　B نمونه‌گیری - سرشماری

17 اگر دسترسی به اعضای جامعه گران و وقت‌گیر باشد، به‌جای .... از .... استفاده می‌کنیم.

A نمونه‌گیری - سرشماری　B سرشماری - نمونه‌گیری

18 یک دلیل مناسب برای استفاده از نمونه‌گیری به‌جای سرشماری، .... است.

A امکان از بین رفتن نمونه　B کوچک بودن جامعه

19 برای بررسی تخم‌مرغ‌های نطفه‌دار یک مرغداری، بهتر است از .... استفاده شود.

A سرشماری　B نمونه‌گیری

20 .... دلیل مناسبی برای استفاده از نمونه‌گیری به‌جای سرشماری نیست.

A هزینه‌بر بودن و عدم دسترسی به تمام اعضای جامعه

B برابر نبودن شانس انتخاب برای همهٔ واحدهای آماری

21 برای بررسی وضعیت چمن یک ورزشگاه، پس از پایان بازی فوتبال بین دو تیم پرسپولیس و استقلال، اگر از تمام بازیکنان نظرسنجی کنیم، از روش .... و اگر از کسانی که در پست مدافع مشغول بازی بودند، نظرسنجی کنیم از روش .... استفاده کرده‌ایم.

A سرشماری - نمونه‌گیری　B نمونه‌گیری - سرشماری

از ۸۰۰ دانشجوی یک دانشگاه، ۴۰ دانشجو را با قرعه‌کشی انتخاب می‌کنیم:

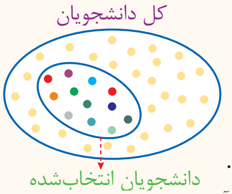
22 این ۴۰ دانشجو، معرف یک .... است.

A نمونه　B واحد آماری

23 ۸۰۰ دانشجو، معرف .... است.

A جامعهٔ آماری

B نمونه



24 هرکدام از دانشجویان، یک .... هستند.

A نمونه　B واحد آماری

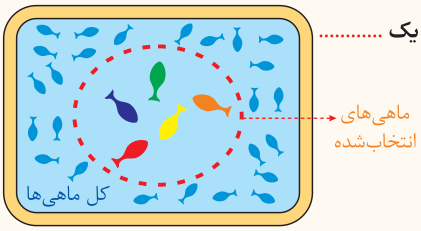
25 اندازهٔ نمونه .... است.

A ۴۰　B ۸۰۰

26 اندازهٔ جامعه .... است.

A ۴۰　B ۸۰۰

می‌خواهیم وزن ماهی‌های یک حوضچهٔ پرورش ماهی را تخمین بزنیم. به این منظور، ۵ ماهی از میان آن‌ها صید کرده و وزن آن‌ها را اندازه می‌گیریم:



27 این ۵ ماهی، معرف یک .... است.

A نمونه

B واحد آماری

28 هر ماهی درون حوضچه، یک .... است.

A داده　B واحد آماری

29 کل ماهی‌های درون حوضچه، معرف .... است.

A جامعهٔ آماری　B نمونه

30 عدد وزن تک‌تک ماهی‌های درون حوضچه، .... است.

A متغیر　B داده‌های جامعه

می‌خواهیم برخی ویژگی‌های مگس‌های سفید مزاحم در شهر تهران را بررسی کنیم:

31 می‌دانیم همهٔ مگس‌های سفید در دسترس نیستند و زمان و هزینهٔ لازم برای این کار در اختیار نیست؛ بنابراین برای بررسی این ویژگی‌ها .... استفاده می‌کنیم.

A از روش نمونه‌گیری　B از روش سرشماری

32 هر مگس سفید، معرف یک .... است.

A واحد آماری　B نمونه

33 همهٔ مگس‌های سفید، معرف .... هستند.

A جامعهٔ آماری　B نمونهٔ آماری

34 اگر عدد سن همهٔ مگس‌های سفید را در اختیار داشته باشیم، .... را داریم.

A متغیرهای جامعه　B داده‌های جامعه

35 ۱۰۰ مگس سفید، معرف یک .... است.

A واحد آماری　B نمونه

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
A	A	B	A	B	B	A	A	A	B	A	B	A	B	A	B	A	A	A	B	B

516 می‌خواهیم میانگین زمان مطالعهٔ دانش‌آموزان یک مدرسه را بررسی کنیم. اگر زمان مطالعهٔ تک تک دانش‌آموزان را در اختیار داشته باشیم، .... را در اختیار داریم.

۱) جامعهٔ آماری　۲) داده‌های جامعه　۳) یک واحد آماری　۴) داده‌های نمونه

517 می‌خواهیم وزن مرغ‌های یک مرغداری را تخمین بزنیم. اگر ۱۰ مرغ از میان آن‌ها انتخاب و وزن آن‌ها را اندازه‌گیری کنیم، این ۱۰ مرغ معرف یک .... است.

۱) داده　۲) جامعهٔ آماری　۳) آمارهٔ نمونه　۴) نمونه

518 می‌خواهیم درآمد کارکنان یک شرکت بزرگ را تخمین بزنیم. اگر ۲۰ نفر از کارمندان شرکت را به تصادف انتخاب و درآمدهای آن‌ها را بررسی کنیم، هرکدام از کارمندان .... و درآمد هرکدام از آن‌ها .... هستند.

۱) نمونه - اندازهٔ نمونه　۲) واحد آماری - داده‌های جامعه

۳)واحد آماری - اندازهٔ نمونه　۴) متغیّر - مقدار متغیّر

524 **کدام گزینه دربارهٔ نمونه‌گیری تصادفی ساده درست نیست؟**

۱) همهٔ واحدهای آماری شانس برابر برای انتخاب شدن دارند.
۲) در نمونه‌گیری تصادفی ساده همهٔ واحدهای آماری فهرست می‌شوند.
۳) معمولاً بهترین روش برای جوامع بزرگ محسوب می‌شود.
۴) اگر جامعه از طبقات متمایز تشکیل شده باشد، این روش مناسب نیست.

525 **اگر بخواهیم از میان ۱۸۰ نفر از شرکت‌کنندگان در المپیاد ریاضی ۹ نفر را به عنوان نمونه به روش تصادفی ساده برای اعزام به المپیاد جهانی ریاضی انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هرکدام از واحدهای آماری کدام است؟**

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۸۰}$ ۴)نامشخص

526 **می‌خواهیم از میان ۴۸۰ نفر از اعضای آکادمی نوبل تعدادی را به عنوان نمونه به روش تصادفی ساده انتخاب کنیم. اگر بخواهیم شانس انتخاب هرکدام از اعضای آکادمی به بیش از ۵ درصد برسد، اندازهٔ نمونه حداقل چقدر باید باشد؟**

۱) ۳۶ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸ ۴) ۲۵

527 **فرض کنید یک جامعهٔ آماری شامل ۲۰۰۰ عضو است و می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازهٔ ۱۰۰ از آن انتخاب کنیم. اگر جامعه به دو قسمت ۱۰۰۰تایی تقسیم شود و بخواهیم نمونه‌ای تصادفی به اندازهٔ ۵۰ از هر قسمت انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر عضو جامعه چقدر است؟** (تمرین کتاب درسی)

۱) $\frac{۱}{۲۰۰۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

528 **یک جامعهٔ آماری از ۳۰۰ عضو تشکیل شده است. اگر جامعه را به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و بخواهیم دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم، در این صورت احتمال انتخاب هر عضو جامعه چقدر است؟** (تمرین کتاب درسی)

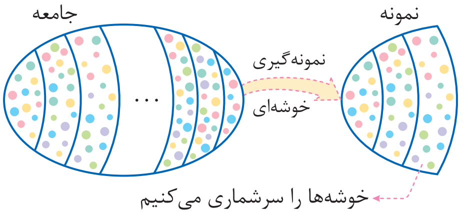
۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۳۰۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

04 نمونه‌گیری خوشه‌ای

اگر جامعهٔ آماری قابل فهرست کردن نباشد، جامعه را به دسته‌ها یا زیرمجموعه‌هایی تقسیم‌بندی می‌کنیم [تعداد اعضای زیرمجموعه‌ها لزوماً برابر نیست.] و هر زیرمجموعه را **یک خوشه** می‌نامیم. حال چند خوشه را به روش نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم و در هر یک **سرشماری** انجام می‌دهیم [یعنی همهٔ واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب‌شده را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم]. این روش نمونه‌گیری را **نمونه‌گیری خوشه‌ای** می‌نامند.

برای محاسبهٔ میانگین نمرات حسابان دانش‌آموزان شهرتهران ، می توان چند مدرسه را انتخاب کرد و دانش‌آموزان هرمدرسه را سرشماری کرد [یعنی نمرهٔ حسابان همهٔ دانش‌آموزان درون مدرسه را بررسی کرد] در این حالت هرمدرسه یک **خوشه** محسوب می‌شود.

۱ درنمونه‌گیری خوشه‌ای، واحدهای آماری درون هر خوشه از نظر مسافت نزدیک به هم هستند.
دانش‌آموزان درون مدرسه ازنظرمسافت نزدیک به هم هستند که باعث کاهش هزینه درنمونه گیری خواهد شد.



۲ دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای از دقت در نمونه‌گیری تصادفی ساده، کم‌تر است.

۳ هر چقدر ویژگی‌های مورد بررسی درون خوشه‌ها تفاوت بیشتری داشته باشند، می‌توان گفت خوشه‌ها از تنوعی شبیه تنوع کل جامعه برخوردارند و دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر خواهد شد.

در نمونه‌گیری خوشه‌ای احتمال انتخاب خوشه‌ها باهم **برابر** است و چون در همهٔ خوشه‌های انتخاب‌شده سرشماری انجام می‌شود، احتمال انتخاب هر یک از واحدهای آماری نیز با هم **برابر** بوده و برابر است با:

$$P=\frac{n}{N}=\frac{\text{تعداد خوشه‌های انتخاب شده}}{\text{تعداد کل خوشه‌ها}}$$

مینی تست

1 در حالتی که جامعهٔ آماری قابل فهرست کردن نباشد، روش .... ، روش مناسبی برای نمونه‌گیری است.

A خوشه‌ای
B تصادفی ساده

2 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، جامعه به دسته‌ها یا زیرمجموعه‌هایی تقسیم می‌شود که تعداد اعضای آن‌ها ....

A باهم برابر است
B لزوماً باهم برابر نیست

3 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، زیرمجموعه‌های جامعه را .... می‌نامند.

A خوشه
B طبقه

4 در روش نمونه‌گیری خوشه‌ای، خوشه‌ها به روش .... انتخاب می‌شوند.

A غیراحتمالی
B تصادفی ساده

5 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، .... خوشه‌های انتخاب‌شده را به‌عنوان اعضای نمونه در نظر می‌گیرند.

A همهٔ واحدهای آماری
B بعضی از واحدهای آماری

6 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، در خوشه‌های انتخاب‌شده، .... انجام می‌دهند.

A نمونه‌گیری تصادفی ساده
B سرشماری

7 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، ....

A از همهٔ خوشه‌ها حتماً نماینده‌ای در نمونه وجود دارد
B از بعضی خوشه‌ها نماینده‌ای در نمونه وجود ندارد

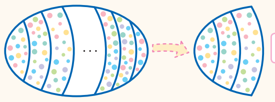
8 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، هر چقدر ویژگی‌های مورد بررسی درون خوشه‌ها .... بیشتری داشته باشد، دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر خواهد شد.

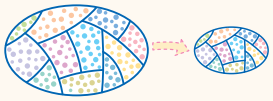
A تفاوت
B شباهت

9 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، واحدهای آماری در خوشه‌ها باید ....

A از تنوعی شبیه کل جامعه برخوردار باشند
B همگی شبیه به هم باشند

10 نمودار .... توصیف مناسب‌تری برای نمونه‌گیری خوشه‌ای است.

A 

B 

11 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، اندازهٔ نمونه قبل از نمونه‌گیری .... است، زیرا تعداد واحدهای آماری در خوشه‌های مختلف، .... است.

A کاملاً مشخص - با هم برابر
B نامعلوم - نابرابر

12 در نمونه‌گیری خوشه‌ای باید فهرست .... معلوم باشد، ولی به فهرست .... نیازی نیست.

A خوشه‌ها - تک‌تک واحدهای آماری
B تک‌تک واحدهای آماری - خوشه‌ها

13 در جوامع آماری بزرگ، نمونه‌گیری .... از نمونه‌گیری .... کم‌هزینه‌تر و سریع‌تر است.

A تصادفی ساده - خوشه‌ای
B خوشه‌ای - تصادفی ساده

14 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، واحدهای آماری درون هر خوشه، از نظر .... به هم نزدیک هستند.

A موضوع مورد بررسی
B مسافت

15 می‌خواهیم میانگین نمرات درس فیزیک دانش‌آموزان اصفهان را حساب کنیم، اگر ....، از نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده‌ایم.

A ۵ مدرسه را انتخاب کرده و در آن‌ها نمرات همهٔ دانش‌آموزان را بررسی کنیم
B از هر مدرسه ۵ دانش‌آموز را انتخاب کرده و نمرات آن‌ها را بررسی کنیم

16 برای محاسبهٔ میانگین درآمد کارکنان در ۳۲ ساختمان استانداری در کل کشور، اگر ....، از نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده‌ایم.

A چهار ساختمان را به تصادف انتخاب کرده و درآمد تمام کارکنان هر ساختمان را بررسی کنیم
B در هر ساختمان، درآمد مدیر و کارمندان خدمات و حراست را بررسی کنیم

17 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب خوشه‌ها .... است.

A باهم برابر
B نابرابر

18 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری .... است.

A نابرابر
B باهم برابر

19 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب هر واحد آماری به تعداد ....، بستگی دارد.

A خوشه‌هایی که می‌خواهیم انتخاب کنیم
B واحدهای آماری در خوشه‌ها

20 دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای از دقت در نمونه‌گیری تصادفی ساده .... است.

A کمتر
B بیشتر

21 در نمونه‌گیری خوشه‌ای از یک جامعه با N خوشه، می‌دانیم خوشهٔ A انتخاب شده است. در این حالت احتمال انتخاب هرکدام از واحدهای آماری خوشهٔ A برابر با .... است، زیرا در خوشهٔ انتخاب‌شده فرایند .... انجام می‌شود.

A $\frac{۱}{N}$ - نمونه‌گیری تصادفی ساده
B ۱ - سرشماری

22 در نمونه‌گیری خوشه‌ای از یک جامعه، اگر تعداد خوشه‌ها برابر N و تعداد خوشه‌های انتخاب‌شده برابر با n باشد، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر با .... است.

A $\frac{n}{N}\times ۱$

احتمال انتخاب هر واحد آماری،
درون خوشهٔ انتخاب شده

B $\frac{۱}{n}\times ۱$

احتمال انتخاب هر واحد آماری،
درون خوشهٔ انتخاب شده

NEXT

1 A 2 B 3 A 4 B 5 A 6 B 7 B 8 A 9 A 10 A 11 B 12 A 13 B 14 B 15 A 16 A 17 A 18 B 19 A 20 A 21 B 22 A

مینی تست

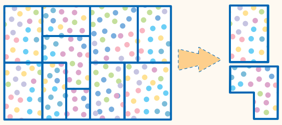
23 یک جامعه با اندازهٔ ۲۸۰ از ۷ خوشه با اندازه‌های ۷۰,...,۲۰,۱۰ تشکیل شده است. اگر از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای بخواهیم یک خوشه انتخاب کنیم، احتمال انتخاب خوشه‌ای با اندازهٔ ۷۰ برابر با .... است.

A $\frac{۱}{۷}$ B $\frac{۷۰}{۲۸۰}$

24 در سؤال قبل اگر سه خوشه به تصادف انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برای حضور در نمونهٔ انتخاب‌شده .... است.

A $\frac{۳}{۷}$ B $\frac{۱}{۷}\times\frac{۱}{۷}\times\frac{۱}{۷}$

25 در جامعهٔ آماری زیر که از تعدادی بلوک تشکیل شده است، می‌خواهیم دو بلوک را به‌عنوان نمونه انتخاب کرده و همهٔ واحدهای آماری آن‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. احتمال انتخاب هر واحد آماری در این روش نمونه‌گیری برابر با .... است.



A $\frac{۱}{۲}$ B $\frac{۲}{۱۰}$

23 A 24 A 25 B

529 در نمونه‌گیری خوشه‌ای ....

۱) جامعه به زیرمجموعه‌هایی با تعداد عضوهای برابر افراز می‌شود.

۲) احتمال انتخاب خوشه‌ها باهم برابر نیست.

۳) احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر نیست.

۴) خوشه‌ها از تنوعی شبیه تنوع کل جامعه برخوردارند.

530 **کدام گزینه دربارهٔ نمونه‌گیری خوشه‌ای نادرست است؟**

۱) واحدهای آماری درون هر خوشه از نظر مسافت به هم نزدیک هستند.

۲) معمولاً در مواردی استفاده می‌شود که فهرست کامل افراد جامعه در دسترس نباشد.

۳) پس از انتخاب چند خوشه، از هرکدام چند واحد آماری را به‌طور تصادفی انتخاب و بررسی می‌کنیم.

۴) تعداد واحدهای آماری در خوشه‌های مختلف لزوماً برابر نیست.

531 **یک جامعه با اندازهٔ ۴۵۰۰ از ۹ خوشه با اندازه‌های ۹۰۰,...,۳۰۰,۲۰۰,۱۰۰ تشکیل شده است. اگر از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای بخواهیم یک خوشه انتخاب کنیم، احتمال آن‌که خوشه با اندازهٔ کمتر انتخاب شود، چقدر است؟**

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۳۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴۰۰}$ ۴) نامشخص

532 **در تست قبل اگر دو خوشه به تصادف انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هرکدام از واحدهای آماری برای حضور در نمونهٔ انتخاب شده چقدر است؟**

۱) $\frac{۱}{۸۱}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) نامشخص

533 **هر یک از مدارس A, B, C, D, E, F به ترتیب دارای ۳۰۰,۲۷۰,۲۳۰,۲۰۰,۱۵۰,۱۰۰ دانش‌آموز هستند، می‌خواهیم یک نمونه‌گیری خوشه‌ای از میان آن‌ها انجام دهیم. برای این منظور دو مدرسه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد دانش‌آموزی از مدرسهٔ A درون نمونهٔ انتخاب شده باشد؟**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۲}{۱۲۵}$

534 **یک جامعهٔ ۱۷۰ نفری از ۵ خوشه با اندازه‌های ۴۰,۴۰,۳۵,۳۰,۲۵ تشکیل شده است. اگر دو خوشه به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد اندازهٔ این دو خوشه مثل هم باشد؟**

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۸}{۱۷}$ ۴) $\frac{۲}{۱۰}$

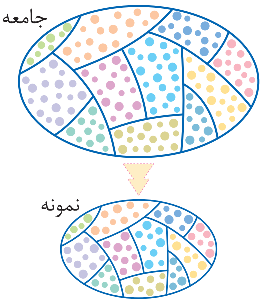
05 نمونه‌گیری طبقه‌ای

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعهٔ آماری را به تعدادی گروه طبقه‌بندی می‌کنند. واحدهای آماری در هر طبقه نسبت به موضوع مورد بررسی باید پراکندگی کمی داشته باشند، ولی اختلاف بین طبقات باید زیاد باشد [مثلاً اگر موضوع مورد بررسی سن ازدواج است، بهتر است مردان را یک طبقه و زنان را یک طبقهٔ دیگر در نظر گرفت]. سپس از هر طبقه متناسب با جمعیت آن، واحد آماری انتخاب می‌کنیم. در این صورت نمونه‌ای خواهیم داشت که مطمئن هستیم زیرگروه‌ها با همان نسبتی که در جامعه وجود دارند به عنوان نمایندهٔ جامعهٔ آماری در نمونه حضور دارند. این روش با افزایش هزینه همراه است ولی دقت بیشتری دارد.

NEXT

05 ... نمونه‌گیری طبقه‌ای

۱ از روش نمونه‌گیری طبقه‌ای زمانی استفاده می‌کنیم که جامعهٔ آماری دارای ساخت نامتجانس و غیرهمگن باشد. یعنی جامعه از زیرگروه‌هایی تشکیل شده که از نظر مشخصه و درصد تشکیل دهندهٔ جامعه، متفاوت‌اند.



۲ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، واحدهای آماری درون طبقات باید شبیه هم و همگن باشند. درضمن هر طبقه با طبقهٔ دیگر می‌بایست از نظر مشخصه‌ای که مورد بررسی قرار می‌گیرد، متفاوت باشد.

سن ازدواج در مردان و زنان یا قد افراد جامعه در مردان و زنان متفاوت است که باعث نامتجانس شدن ساخت جامعه می‌شود و باید هرکدام از این زیرگروه‌ها را یک طبقه فرض کرد.

اگر بحث دربارهٔ درصد اشتغال در افراد جامعه است بهتر است مردان و زنان هر کدام در یک طبقهٔ جداگانه قرار گیرند، چون میزان درصد اشتغال زنان شبیه هم و مردان هم شبیه هم است ولی زنان با مردان متفاوت است.

در نمونه‌گیری طبقه‌ای، اگر بخواهیم یک نمونهٔ n تایی از یک جامعهٔ N نفری انتخاب کنیم و تعداد افراد در طبقه‌ها $f_{۱}, f_{۲}, \dots, f_k$ باشد و ما $n_{۱}$ تا از طبقهٔ اول، $n_{۲}$ تا از طبقهٔ دوم، ... و n_k تا از طبقهٔ kاُم انتخاب کنیم، آن‌گاه داریم: $(N=\sum f_i)$

$$\text{سهم طبقهٔ } i\text{اُم} = n_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \times n$$

$$\frac{n_{۱}}{f_{۱}} = \frac{n_{۲}}{f_{۲}} = \dots = \frac{n_k}{f_k} = \frac{n}{\sum f_i}$$

از آنجاکه در نمونه‌گیری طبقه‌ای از هر طبقه متناسب با جمعیت آن واحد آماری انتخاب می‌شود به راحتی می‌توان ثابت کرد احتمال انتخاب همهٔ واحدهای آماری، با هم برابر است و همانند نمونه‌گیری تصادفی ساده این احتمال برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{\text{اندازهٔ نمونه}}{\text{اندازهٔ جامعه}}$$

مینی تست

1 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه به تعدادی گروه طبقه‌بندی می‌شود که تعداد اعضای آن‌ها ....

A باهم برابر است　B لزوماً باهم برابر نیست

2 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، گروه‌های جامعه را .... می‌نامند.

A طبقه　B نمونه

3 در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، از .... ، واحد آماری در نمونه وجود دارد.

A بعضی طبقات　B تمام طبقات

4 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، .... برای نمونه‌گیری انتخاب می‌شوند.

A بعضی از واحدهای آماری هر طبقه

B همهٔ واحدهای آماری یک طبقه

5 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، .... را با نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم.

A هر طبقه　B واحدهای آماری درون هر طبقه

6 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، تعداد واحدهای آماری انتخاب‌شده از هر طبقه برای نمونه‌گیری، .... است.

A با هم برابر　B متناسب با جمعیت آن طبقه

7 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، واحدهای آماری هر طبقه نسبت به موضوع مورد بررسی باید ....

A پراکندگی کمی داشته باشند　B از تنوعی شبیه جامعه برخوردار باشند

8 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، اختلاف بین طبقات از نظر موضوع مورد بررسی، باید .... باشد.

A زیاد　B کم

9 وقتی جامعه از زیرگروه‌هایی تشکیل شده است که از نظر مشخصهٔ مورد بررسی .... ، از نمونه‌گیری طبقه‌ای استفاده می‌کنیم.

A متفاوت باشد　B یکسان باشد

10 از نمونه‌گیری طبقه‌ای، زمانی استفاده می‌کنیم که جامعهٔ آماری دارای ساخت .... باشد.

A متجانس و همگن　B غیرمتجانس و غیرهمگن

11 برای بررسی قد ورزشکاران شرکت‌کننده در المپیک به روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه را به دوگروه .... تقسیم می‌کنیم، چون از نظر مشخصهٔ مورد بررسی (قد) با هم متفاوت‌اند.

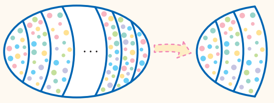
A زنان و مردان　B زیر ۲۵ سال و بالای ۲۵ سال

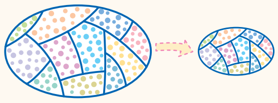
NEXT

1 B 2 A 3 B 4 A 5 B 6 B 7 A 8 A 9 A 10 B 11 A

مینی تست

12 نمودار .... توصیف مناسب‌تری برای نمونه‌گیری طبقه‌ای است.

A 

B 

13 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، اندازهٔ نمونه قبل از اقدام به نمونه‌گیری .... است، زیرا از هر طبقه متناسب با جمعیت آن طبقه، واحد آماری انتخاب می‌شود.

A مشخص B نامشخص

14 نمونه‌گیری طبقه‌ای از نمونه‌گیری تصادفی ساده .... ولی .... است.

A دقیق‌تر - هزینه‌بر‌تر B کم‌دقت‌تر - ارزان‌تر

15 در یک برج مسکونی ۳۰ طبقه می‌خواهیم میانگین سن ازدواج افراد را بررسی کنیم، برای نمونه‌گیری به روش طبقه‌ای، دسته‌بندی جامعهٔ آماری به دو گروه .... مناسب است.

A ساکنین طبقات زوج و فرد B مرد و زن

16 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری .... ، زیرا ....

A با هم برابر است - سهم واحدهای انتخابی از هر طبقه متناسب با تعداد واحدهای آن است

B با هم برابر نیست - تعداد واحدهای آماری در طبقات مختلف متفاوت است

17 در جامعه‌ای با اندازهٔ N، اگر بخواهیم یک نمونه به اندازهٔ n به روش طبقه‌ای انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر .... است.

A $\frac{n}{N}$ B $\frac{۱}{N}$

18 یک جامعهٔ آماری، شامل دو طبقه با جمعیت‌های $f_۱$ و $f_۲$ است. اگر سهم طبقه‌ها در نمونه‌گیری طبقه‌ای $n_۱$ و $n_۲$ باشد، رابطهٔ .... برقرار است.

A $\frac{n_۱}{f_۱}=\frac{n_۲}{f_۲}=\frac{n_۱+n_۲}{f_۱+f_۲}$ B $\frac{n_۱}{f_۱}+\frac{n_۲}{f_۲}=\frac{n_۱+n_۲}{f_۱+f_۲}$

19 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، از طبقه‌ای با اندازهٔ ۱۰، یک نمونه با اندازهٔ ۲ انتخاب‌شده است. سهم طبقه‌ای با اندازهٔ ۱۵ در این نمونه‌گیری برابر .... است.

$\frac{۲}{۱۰}=\frac{f}{۱۵}\Rightarrow$ ....

A ۳ B ۵

20 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، با اندازهٔ N می‌خواهیم اندازهٔ نمونه برابر n باشد. اگر تعداد واحدهای آماری در طبقهٔ iام برابر f_i باشد، سهم طبقهٔ iام در نمونه برابر .... است.

A $n_i=\frac{۱}{f_i}\times\frac{n}{N}$ B $n_i=\frac{f_i}{N}\times n$

21 در یک جامعهٔ آماری، تعداد واحدهای آماری در طبقهٔ iام برابر f_i و سهم این طبقه در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر n_i است، احتمال انتخاب هر واحد آماری طبقهٔ iام در این نمونه‌گیری .... است.

A $\frac{f_i}{n_i}$ B $\frac{n_i}{f_i}$

22 در یک جامعهٔ آماری، تعداد واحدهای آماری در یک طبقه برابر ۵۰ و سهم این طبقه در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر ۵ است، احتمال انتخاب هر واحد آماری آن طبقه در این نمونه‌گیری .... است.

A $\frac{۱}{۵}$ B $\frac{۱}{۱۰}$

23 می‌خواهیم میانگین سن ازدواج در کارکنان یک شرکت، شامل ۳۰ کارمند زن و ۵۰ کارمند مرد را بررسی کنیم. اگر اندازهٔ نمونه برابر ۲۴ باشد، سهم زنان در این نمونه‌گیری برابر .... است.

A $\frac{۳۰}{۳۰+۵۰}\times۲۴=۹$ B $\frac{۱}{۳۰}\times۲۴=۸$

24 جدول زیر تعداد دانش‌آموزان پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم از یک مدرسه را نشان می‌دهد. در نمونه‌گیری طبقه‌ای از این مدرسه، اگر بخواهیم اندازهٔ نمونه ۲۴ باشد، سهم پایهٔ دوازدهم در این نمونه‌گیری .... است.

پایه	دهم	یازدهم	دوازدهم
تعداد دانش‌آموزان	۵۰	۴۰	۳۰

A $\frac{۳۰}{۱۲۰}\times۲۴=۶$ B $\frac{۱}{۳۰}\times۲۴=۸$

12 B 13 A 14 A 15 B 16 A 17 A 18 A 19 A 20 B 21 B 22 B 23 A 24 A

535 در یک شرکت ۵۰ نفر کارگر، ۴۰ نفر کارمند و ۱۰ نفر مدیر وجود دارد. می‌خواهیم یک نمونهٔ ۲۰ نفره بر اساس نمونه‌گیری طبقه‌ای برای محاسبهٔ میانگین حقوق دریافتی انتخاب کنیم. احتمال انتخاب هرکدام از مدیران در نمونه چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۱۰۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) نامشخص

536 می‌خواهیم میانگین وزن دانش‌آموزان یک مدرسهٔ ابتدایی را بررسی کنیم. اگر ۵۰ نفر سال اول، ۴۰ نفر سال دوم، ۳۵ نفر سال سوم، ۴۵ نفر سال چهارم و ۳۰ نفر سال پنجم باشند، برای انتخاب یک نمونهٔ ۱۰ نفره در نمونه‌گیری طبقه‌ای چند نفر از سال دوم باید انتخاب کنیم؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

537 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، اگر اندازهٔ جامعه ۵۶۰ و فراوانی طبقهٔ وسط برابر ۲۸ باشد، در انتخاب نمونه‌ای با اندازهٔ ۸۰ نفری سهم طبقهٔ وسط چقدر خواهد شد؟

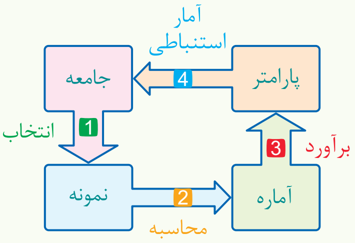
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۸

538 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، فراوانی طبقهٔ اول برابر ۳۶ و اندازهٔ نمونه ۵۴ است. اگر پس از نمونه‌گیری معلوم شود ۹ نفر از طبقهٔ اول در نمونه‌گیری حضور دارد، اندازهٔ جامعه کدام است؟

۱) ۲۱۶ ۲) ۲۵۶ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

13 چرخه آمار استنباطی

در یک جامعهٔ آماری، پارامتر جامعه در صورتی قابل محاسبه است که ما داده‌های کل جامعه را در اختیار داشته باشیم ولی به دلیل محدودیت‌هایی مانند زمان، هزینه و ... دستیابی به کل داده‌های جامعه امکان‌پذیر نیست. از این‌رو با یکی از روش‌های نمونه‌گیری، یک نمونه از جامعه را انتخاب می‌کنیم [مرحلهٔ 1] و مشخصهٔ مورد نظر را روی نمونه محاسبه می‌کنیم که به آن آماره می‌گوییم. [مرحلهٔ 2] سپس از روی مقدار آماره یک برآورد برای مقدار آن پارامتر در جامعه انجام می‌دهیم. [مرحلهٔ 3] و با آمار استنباطی آن را به جامعه تعمیم می‌دهیم.. [مرحلهٔ 4] این فرایند به خوبی در نمودار روبه‌رو نمایان است:



مینی تست

1 **در یک جامعهٔ آماری، پارامتر جامعه در صورتی قابل‌محاسبه است که ما .... را در اختیار داشته باشیم.**

A مقدار آماره
B داده‌های کل جامعه

2 **به‌دلیل محدودیت‌هایی مانند زمان، هزینه و ... دستیابی به .... امکان‌پذیر نیست.**

A داده‌های کل جامعه
B مقدار آماره

3 **دلیل نمونه‌گیری و انتخاب نمونه از جامعه این است که ....**

A دستیابی به کل داده‌های جامعه امکان‌پذیر نیست
B مقدار آماره از یک نمونه به نمونهٔ دیگر متغیر است

4 **معمولاً برای تخمین .... از .... استفاده می‌کنیم.**

A مقدار آماره - پارامتر جامعه
B پارامتر جامعه - آمارهٔ نمونه

5 **تعمیم آمارهٔ نمونه به پارامتر جامعه، به‌وسیلهٔ .... انجام می‌شود.**

A آمار استنباطی
B آمارگیر

فرض کنید می‌خواهیم میانگین وزن ماهی‌های درون یک استخر بزرگ را برآورد کنیم:

6 **به‌دلیل محدودیت‌هایی مانند .... و .... دستیابی به داده‌های کل جامعه امکان‌پذیر نیست.**

A دادگان نامشخص - اریبی جامعه
B زمان - هزینه

7 **با یکی از روش‌های نمونه‌گیری، ۲۰ ماهی انتخاب کرده و میانگین وزن آن‌ها را اندازه می‌گیریم. عدد به‌دست آمده ۱۲۵۰ گرم است. این عدد را .... می‌نامیم.**

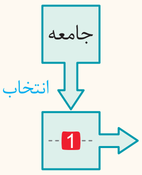
A پارامتر جامعه
B مقدار آماره

8 **از روی مقدار آماره، یک برآورد برای میانگین وزن ماهی‌های استخر که آن را .... می‌نامیم، انجام می‌دهیم.**

A پارامتر جامعه
B شاخص آماری

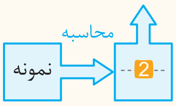
9 **با استفاده از .... ، مقدار عددی آماره را به جامعه تعمیم می‌دهیم.**

A آمار تحلیلی
B آمار استنباطی



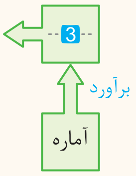
10 **به‌جای 1 باید .... قرار گیرد.**

A نمونه
B آماره



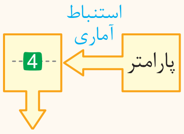
11 **به‌جای 2 باید .... قرار گیرد.**

A پارامتر
B آماره



12 **به‌جای 3 باید .... قرار گیرد.**

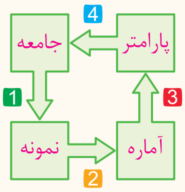
A پارامتر
B جامعه



13 **به‌جای 4 باید .... قرار گیرد.**

A نمونه
B جامعه

با توجه به نمودار مقابل، جاهای خالی را پر کنید:



14 **به‌جای 1 باید .... قرار گیرد.**

A انتخاب
B آمار استنباطی

15 **به‌جای 2 باید .... قرار گیرد.**

A محاسبه
B انتخاب

16 **به‌جای 3 باید .... قرار گیرد.**

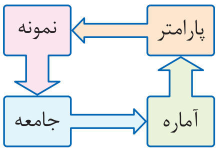
A محاسبه
B برآورد

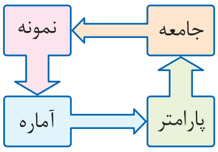
17 **به‌جای 4 باید .... قرار گیرد.**

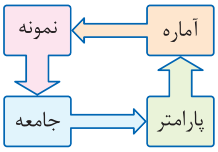
A آمار استنباطی
B محاسبه

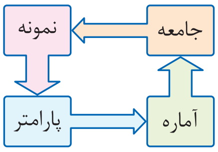
1 B 2 A 3 A 4 B 5 A 6 B 7 B 8 A 9 B 10 A 11 B 12 A 13 B 14 A 15 A 16 B 17 A

573 **کدام چرخه برای آمار استنباطی به درستی رسم شده است؟**

۱)


۲)


۳)


۴)


14 برآورد نقطه‌ای

همان‌طور که گفتیم پارامترهای جامعه (مثلاً میانگین درآمد افراد یک جامعه) ثابت ولی مجهول هستند. یعنی در جوامع بزرگ محاسبهٔ دقیق آن‌ها به‌راحتی امکان‌پذیر نیست. بنابراین نمونه‌گیری انجام می‌دهیم و این پارامترها را به جای جامعه روی نمونه به‌دست می‌آوریم. عددی که به این طریق حاصل می‌شود آماره یا مقدار آماره نامیده می‌شود. حال چون به وسیلهٔ این عدد می‌توان پارامتر جامعه را تخمین زد، از این به بعد مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.

اگر به جای محاسبهٔ میانگین در یک جامعه، میانگین را روی نمونه به‌دست آوریم، عدد حاصل‌شده را برآورد نقطه‌ای میانگین جامعه می‌نامند [به جای میانگین می‌توان از شاخص‌های دیگر آمار نظیر میانه، واریانس و ... نیز استفاده کرد و آن‌ها را برآورد کرد.].

مینی تست

1 **پارامترهای جامعه [مثلاً میانگین درآمد افراد یک جامعه] .... ولی .... هستند.**

A ثابت - مجهول
B متغیر- معلوم

2 **در جوامع بزرگ، محاسبهٔ دقیق پارامترها به راحتی امکان پذیر .... بنابراین .... انجام می‌دهیم.**

A است - سرشماری
B نیست - نمونه‌گیری

3 **وقتی نمونه‌گیری انجام می‌دهیم، پارامتر جامعه را به‌جای جامعه، روی نمونه به‌دست می‌آوریم و به عدد حاصل شده، .... می‌گوییم.**

A آماره یا مقدار آماره
B پارامتر جامعه

4 **به‌وسیلهٔ .... می‌توان .... را تخمین زد.**

A مقدار آماره - پارامتر جامعه
B پارامتر جامعه - مقدار آماره

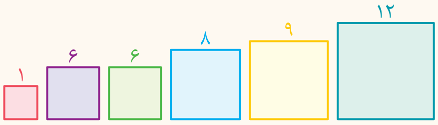
5 **چون به‌وسیلهٔ مقدار آماره می‌توان پارامتر جامعه را تخمین زد، به مقدار عددی آماره .... گفته می‌شود.**

A تخمین واقعی پارامتر جامعه
B برآورد یا برآورد نقطه‌ای

6 **اگر به‌جای محاسبهٔ میانگین در یک جامعه، میانگین را روی نمونه به‌دست آوریم، عدد حاصل شده را .... می‌نامند.**

A برآورد نقطه‌ای میانگین جامعه
B تخمین نمونهٔ دقیق جامعه

در یک کتاب هندسه تعداد زیادی مربع رسم شده است. اگر طول ضلع یک نمونهٔ ۶ تایی از آن‌ها مطابق شکل باشد، آن‌گاه:



7 **منظور از برآورد نقطه‌ای میانگین طول ضلع مربع‌های رسم شده ....**

A پیدا کردن میانگین طول ضلع تمام مربع‌های کتاب است
B پیدا کردن میانگین طول ضلع همین ۶ مربع است

8 **برآورد نقطه‌ای میانگین طول اضلاع مربع‌های رسم شده برابر با .... است.**

A $\bar{a}=\frac{۱+۶+۶+۸+۹+۱۲}{۶}=۷$
B $\bar{a}=\frac{۱^۲+۶^۲+۶^۲+۸^۲+۹^۲+۱۲^۲}{۶}=۶۰/۳۳$

9 **برآورد نقطه‌ای میانگین محیط مربع‌های به‌کار رفته در کتاب برابر با .... است.**

A ۴×۷
B $۷^۲$

10 **برای به‌دست آوردن برآورد نقطه‌ای مساحت مربع‌های به‌کار رفته در کتاب به‌صورت .... عمل می‌کنیم.**

A $\frac{۱^۲+۶^۲+\cdots+۱۲^۲}{۶}=\frac{۳۶۲}{۶}=۶۰/۳۳$
B $(\frac{۱+۶+۶+\ldots+۱۲}{۶})^۲=۷^۲=۴۹$

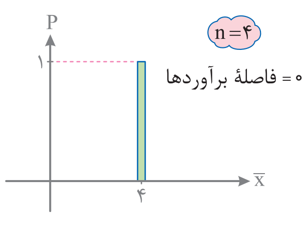
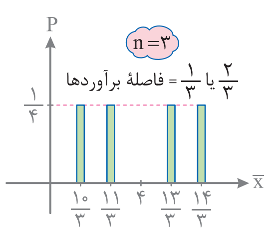
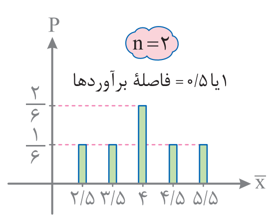
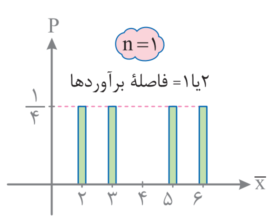
1 A 2 B 3 A 4 A 5 B 6 A 7 B 8 A 9 A 10 A

574 **تعداد برنامه‌های تلویزیونی ساخته شده توسط ۵ شبکه از ۳۰ شبکهٔ داخلی طی یک سال ۸۶ , ۶۴ , ۶۰ , ۷۵ , ۵۰ است. برآورد نقطه‌ای میانگین برنامه‌های ساخته شده در تلویزیون کدام است؟**

۱) ۶۶
۲) ۶۷
۳) ۸۱
۴) ۷۰

16 تحلیل نمودار برآوردهای میانگین

فرض کنید داده‌های یک جامعه ۶ ,۵ ,۳ ,۲ باشد. می‌دانیم میانگین داده‌های این جامعه برابر $\overline{x}=۴$ است. حال اگر احتمال برآوردهای انجام‌شده برای نمونه‌هایی با اندازه‌های ۴ ,۳ ,۲ ,۱ را روی محور نشان دهیم، به شکل‌های زیر خواهد بود:

			
{۲,۳,۵,۶} ↓ $\overline{x}=۴$	{۲,۳,۵},{۲,۳,۶} ↓ ↓ $\overline{x}=\frac{۱۰}{۳}$ $\overline{x}=\frac{۱۱}{۳}$ {۲,۵,۶},{۳,۵,۶} ↓ ↓ $\overline{x}=\frac{۱۳}{۳}$ $\overline{x}=\frac{۱۴}{۳}$	{۲,۳},{۳,۴},{۲,۶},{۳,۵} ↓ ↓ ↘ ↙ $\overline{x}=۲/۵$ $\overline{x}=۳/۵$ $\overline{x}=۴$ {۳,۶},{۵,۶} ↓ ↓ $\overline{x}=۴/۵$ $\overline{x}=۵/۵$	{۲} , {۳} , {۵} , {۶} ↓ ↓ ↓ ↓ $\overline{x}=۲$ $\overline{x}=۳$ $\overline{x}=۵$ $\overline{x}=۶$

چند نتیجهٔ مهم

۱ هر چقدر اندازهٔ نمونه افزایش می‌یابد، فاصلهٔ میله‌ها از هم [پراکندگی و انحراف معیار در برآوردهای میانگین] کاهش می‌یابد و میله‌ها به سمت پارامتر جامعه یعنی $\overline{x}=۴$ متمایل‌تر می‌شوند، به طوری که به‌ازای $n=۴$، برآورد انجام‌شده همان پارامتر جامعه است.

۲ میله‌هایی که در وسط قرار دارند به پارامتر جامعه نزدیک‌ترند. بنابراین عدد محور افقی آن‌ها دقیق‌ترین برآورد از پارامتر جامعه را ارائه می‌دهد و اگر میلهٔ وسط وجود نداشت، میانگین جملات با فاصله‌های برابر از طرفین هم برآوردهای دقیقی برای پارامتر جامعه ارائه می‌دهند.

۳ مجموع احتمال همهٔ میله‌ها با هم در هر نمودار، همواره برابر «۱» است.

۴ به طور کلی فاصلهٔ میله‌ها از هم الزاماً یکسان نیست و میله‌ها الزاماً به طور متقارن در طرفین پارامتر جامعه قرار نمی‌گیرند.

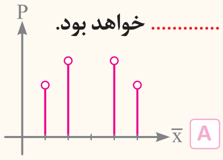
مینی تست

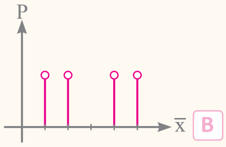
فرض کنید داده‌های یک جامعه ۱۰ ,۹ ,۷ ,۶ باشد:

1 میانگین داده‌های این جامعه برابر با .... است.

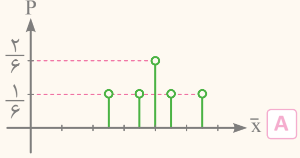
A ۸　B ۸/۵

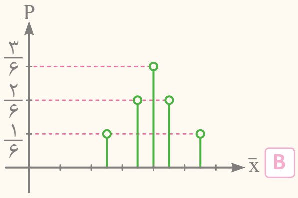
2 اگر برای نمونه‌هایی با اندازهٔ ۱، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهدهٔ هر یک از آن‌ها روی یک نمودار نشان دهیم، به‌صورت .... خواهد بود.



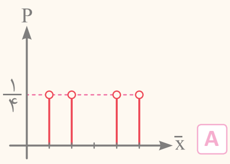


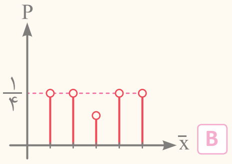
3 اگر برای نمونه‌هایی با اندازهٔ ۲، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهدهٔ هریک از آن‌ها روی یک نمودار نشان دهیم، به‌صورت .... خواهد بود.



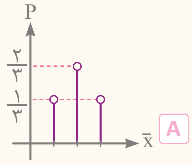


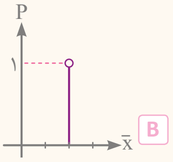
4 اگر برای نمونه‌هایی با اندازهٔ ۳، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهدهٔ هریک از آن‌ها، روی یک نمودار نشان دهیم، به‌صورت .... خواهد بود.





5 اگر برای نمونه‌هایی با اندازهٔ ۴، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهدهٔ هریک از آن‌ها، روی یک نمودار نشان دهیم، به‌صورت .... خواهد بود.





NEXT

1 A 2 B 3 A 4 A 5 B

مینی تست

6 **با افزایش اندازهٔ نمونه، فاصلهٔ میله‌ها .... می‌یابد، یعنی برآوردهای انجام شده توسط نمونه‌ها .... می‌شوند.**

A کاهش - به پارامتر جامعه نزدیک‌تر

B افزایش - از پارامتر جامعه دورتر

7 **با افزایش اندازهٔ نمونه، انحراف‌معیار برآوردهای میانگین .... می‌یابد.**

A کاهش　　B افزایش

8 **کاهش فاصلهٔ میله‌ها از هم، نشان می‌دهد پراکندگی و انحراف‌معیار در برآوردهای میانگین .... می‌یابد و برآوردها به‌سمت پارامتر جامعه متمایل‌تر می‌شوند.**

A کاهش　　B افزایش

9 **برآورد انجام‌شده توسط نمونه‌ای با اندازهٔ ۴ ، .... است.**

A غیردقیق از همهٔ حالات　　B برابر با پارامتر جامعه

10 **میله‌هایی که در وسط قرار دارند، ....**

A از پارامتر جامعه دورترند

B به پارامتر جامعه نزدیک‌ترند

11 **دقیق‌ترین برآورد، مربوط به میله‌های .... است.**

A وسطی　　B کناری

12 **فاصلهٔ میله‌ها از هم الزاماً ....**

A یکسان است　　B یکسان نیست

13 **میله‌ها .... در طرفین پارامتر جامعه ....**

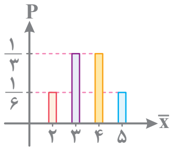
A الزاماً به‌طور متقارن - قرار نگرفته‌اند

B همواره به‌طور متقارن - قرار گرفته‌اند

14 **مجموع ارتفاع همهٔ میله‌ها با هم برابر .... است.**

A ۱　　B ۱۰۰

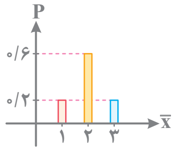
6 A 7 A 8 A 9 B 10 B 11 A 12 B 13 A 14 A



594 **در یک جامعهٔ آماری نمودار احتمال بر حسب برآورد میانگین به صورت زیر است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟**

۱) دقیق‌ترین برآورد برای میانگین جامعه برابر با $\frac{۱}{۳}$ است.　۲) دو مقدار متفاوت برای برآورد میانگین این جامعه وجود دارد.

۳) داده‌های جامعهٔ آماری مورد بررسی ۲,۳,۴,۵ هستند.　۴) احتمال اینکه میانگین جامعه عدد ۵ برآورد شود، برابر $\frac{۱}{۶}$ است.



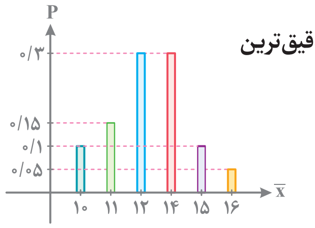
595 **در یک جامعهٔ آماری، نمودار احتمال برحسب برآورد میانگین به صورت زیر است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟**

۱) احتمال برآورد برای میانگین توسط نمونهٔ ۲ عضوی، بیشتر از نمونه‌های ۱ عضوی و ۳ عضوی است.

۲) دقیق ترین برآورد میانگین جامعه برابر ۲ است.

۳) تعداد اعضای جامعهٔ آماری برابر ۳ است.

۴) تعداد اعضای نمونهٔ مورد بررسی برابر ۳ است.

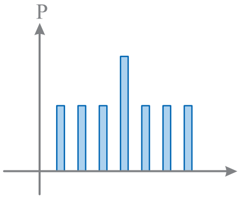


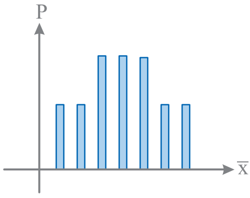
596 **در یک نمونه‌گیری سه‌تایی از یک جامعهٔ ۱۰ نفری نمودار زیر برای برآوردهای نقطه‌ای میانگین جامعه رسم شده است. دقیق‌ترین برآورد برای پارامتر جامعه کدام است؟**

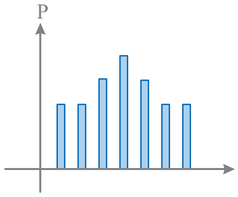
۱) ۰/۳　　۲) ۱۲

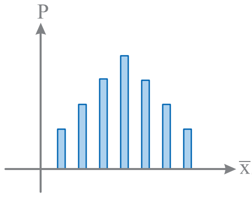
۳) ۱۲/۵　　۴) ۱۳

597 **داده‌های یک جامعه ۱,۳,۵,۷,۹ است، اگر نمونه‌های دوتایی برای برآورد میانگین انتخاب کنیم، نمودار میله‌ای برآوردها به کدام صورت است؟**

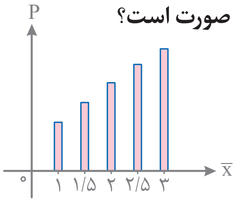
۱)


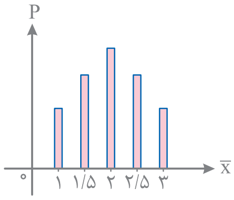
۲)


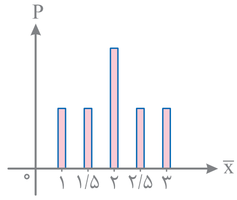
۳)


۴)


598 **داده‌های یک جامعه به‌صورت ۱,۱,۲,۲,۴ است، اگر نمونه‌های دوتایی برای برآورد میانگین انتخاب کنیم، نمودار میله‌ای برآوردهای ممکن به کدام صورت است؟**

۱)


۲)


۳)


۴)